



Libro de Resúmenes



Editores:

- Francisco Balibrea Gallego
- Victoria Caballero Pintado
- José Salvador Cánovas Peña
- Juan Luis García Guirao
- Antonio Guillamón Frutos
- Víctor Jiménez López
- Antonio Linero Bas
- Lourdes Molera Peris
- Silvestre Paredes Hernández
- Gabriel Soler López
- José Carlos Valverde Fajardo

Índice general

Prefacio	7
Conferencias Plenarias	9
Sistemas de Control Reseteado	11
Análisis de Dinámica Macroeconómica: Métodos y Aplicaciones	14
Sobre cierto lastre lineal de nuestra ciencia no lineal	15
Quasiespecies víricas: desde modelos de complejidad biológica al desarrollo de nuevas terapias	16
How to use the averaging theory for studying the periodic orbits and their stability of a given differential system	17
Transferencia de Energía en Vibraciones Moleculares Caóticas	19
Una herramienta matemática para el análisis de la capacidad de maniobrabilidad de submarinos tripulados	22
Egalitarian allocations in non-linear sharing problems	27
Análisis de las enfermedades como sistemas complejos	28
Aplicaciones de los métodos no lineales	29
Identificación de superposición funcional de comunidades mediante sincronización	31
Aplicaciones de una medida estadística de complejidad	32
Guerras de cuarta generación (4GW) y percolación de redes yihadistas en el Reino de España	33
Método de autoconsistencia grupal y sus aplicaciones	35
Atractores en derivadas parciales	37
Pullback attractors for non-autonomous reaction-diffusion equations without uniqueness of solutions in some unbounded domains	39
Ecuaciones de Navier-Stokes Globalmente Modificadas con retardo infinito	40
Propiedades cualitativas de una aproximación en diferencias de un modelo de un fluido no newtoniano	41
Forward and pullback attraction for non-autonomous dynamical systems	43
Sobre la ecuación de Navier-Stokes con retardo infinito	44

Bifurcaciones y sistemas perturbados	45
Perturbaciones integrables de sistemas de Hénon-Heiles	47
Análisis triparamétrico del sistema de Rössler	48
Nonlinear σ -Models: Discretization and Perturbative Solutions	49
On rectilinear solutions in Hamiltonian flows with homogeneous potentials	50
Bifurcación de Hopf en el Infinito para Sistemas Lineales a Trozos Tridimensionales	51
Dinámica discreta	53
Dinámica de sistemas dinámicos discretos alternados	55
Consideraciones sobre la ecuación $x_{n+1} = \frac{1}{x_{n-2} + x_n}$	56
Fractal Sets surrounded by Multifractal Distributions: A Theorem and Applications .	57
Cálculo de soluciones casi-periódicas en un ordenador paralelo	58
Ecuaciones diferenciales	59
Centros en sistemas polinomiales casi-homogéneos planos	61
Aplicación del transporte de jets al cálculo de formas normales de difeomorfismos dependiendo de parámetros	62
Un algoritmo sencillo para determinar la monodromía de un punto singular de un sistema plano de ecuaciones diferenciales	63
Soluciones periódicas de una ecuación singular	64
Mecánica celeste	65
Relative equilibria and stability for a gyrostat in a Newtonian force field	67
Órbitas parabólicas en el problema de tres cuerpos restringido	68
Velas solares y órbitas halo	69
Equilibria and Linear Stability for a Gyrostat in the Hill Lunar Problem	70
Estudio topológico del sistema Kepleriano 3-dimensional en coordenadas polares nodales	71
Métodos no lineales	73
Aplicación de la dinámica no lineal mediante redes neuronales recurrentes al estudio de la sistematicidad del lenguaje	75
Ventajas de las modulaciones basadas en caos en comunicaciones digitales	78
¿Oscilaciones complejas?	79
Revisión de algunas técnicas no lineales para la reducción de ruido en imágenes . . .	80

Métodos no lineales en redes	81
Dinámica evolutiva y topología en redes neutrales de RNA	83
Aplicaciones de las redes complejas: análisis de redes funcionales cerebrales	84
Modeling the Spanish transmission network	85
Solapamiento dinámico de redes de interacción de proteínas: un método para predecir funciones de proteínas	87
Modelización no lineal	89
Dinámica de extinción viral mediante tratamientos secuenciales inhibidor–mutágeno	91
Efecto fenotípico de las mutaciones en poblaciones de replicadores moleculares y virales	92
Modelado Matemático de la Hipoxia Tumoral y su Malignidad Asociada	93
Previsibilidad e hiperbolicidad a través de exponentes finitos de Lyapunov. Aplicación a modelos galácticos	94
Osciladores y óptica no lineal	95
On the geometry of the phase spaces of some $SO(2,1)$ invariant systems: The Pöschl-Teller and the Morse non-linear oscillators	97
Modelización de un láser continuo de solitones de materia	98
Oscilador de Duffing generalizado. Estrategias de perturbación	99
Excitación dinámica de condensados de luz mediante filamentación de haces intensos en medios ópticos altamente no lineales	100
Pósteres	101
Discriminant analysis of breast microcalcifications data	103
El teorema de Takens y su aplicación en el ámbito financiero	105
Disminución de la sincronización global de la actividad cerebral durante el sueño tranquilo en neonatos en riesgo: ¿una posible manifestación del factor genético?	106
Dendritas de Misiurewicz en el conjunto de Mandelbrot	108
Vortex generation by a thermoconvective instability in a cylindrical annulus non homogeneously heated	109
Dibujo de los rayos externos de Douady y Hubbard	110
Estudio de la independencia entre series usando permutaciones	111
Area preserving analytic flows with dense orbits	112
Series temporales	113
Variabilidad de la dinámica de la temperatura del aire con el tiempo de adquisición de datos	115
Análisis no lineal de series temporales de una plataforma océano-meteorológica	116

Variabilidad de la dinámica de la velocidad de viento con el tiempo de adquisición de datos	117
Estudio de la sincronización de series temporales de temperatura a partir del análisis cuantitativo de las recurrencias de las series	118
Series temporales y aplicaciones	119
Estudio de índices bursátiles utilizando RQA	121
Correlaciones de largo alcance en secuencias binarias	122
An asymptotic sampling recomposition. Theorem for Gaussian signals	123
Un método de Monte Carlo para la estimación adaptativa de parámetros y variables dinámicas de un sistema caótico	124
La estructura centro-periferia de los sistemas inter-industriales	125
Listado de participantes	127
Comité organizador	137
Comité científico	137
Relación de autores	141

Prefacio

Nolineal 2010 es la séptima edición de una serie de congresos, celebrados en Ávila (1997), Almagro (2000), Cuenca (2002), Toledo (2004), Ciudad Real (2007) y Barcelona (2008), cuya intención es la de reunir en un ambiente interdisciplinar a todos aquellos investigadores que procedan de los campos de las Matemáticas, Física, Química, Biología, Ingeniería, Psicología, Economía, Sociología, . . . y que trabajen en fundamentos y aplicaciones de la dinámica no lineal, con la idea de estrechar vínculos y conocimientos entre grupos científicos que están extendidos por toda la geografía nacional y que afrontan problemas afines.

Lo que se pretende es suscitar la colaboración científica entre dichos grupos y crear un ambiente propicio para la misma, no tanto mediante la exposición de las aportaciones más o menos novedosas de cada grupo o persona, como en la presentación de las metodologías, técnicas de análisis y aplicaciones concretas actuales y futuras, con un lenguaje que sea comprensible por todos los participantes. Se pretende igualmente quebrar los problemas que se derivan de una excesiva sectorización de la ciencia en este campo tan extendido como es el de la ciencia no lineal.

El carácter interdisciplinar del congreso es patente si se mira la procedencia científica del comité científico que lo sustenta, el tipo de conferencias invitadas, comunicaciones y pósteres que componen esta edición.

La idea esencial del congreso nos parece importante por lo que abogamos por su continuidad. Puede haber dificultades en el futuro, pero tendremos que hacer lo posible por superarlas.

Cartagena, junio de 2010

Conferencias Plenarias

Sistemas de Control Reseteado

Alfonso Baños *

Departamento de Informática y Sistemas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30.100, Murcia
e-mail: abanos@um.es

RESUMEN

En el área de la ingeniería de control, nos encontramos frecuentemente en la práctica con sistemas en los que conviven señales que evolucionan de forma continua en el tiempo, y señales que representan eventos. Un claro ejemplo son los sistemas de control que hoy en día se implementan en un computador, que además de realizar el cálculo de la acción de control están influidos por eventos que evolucionan de forma discreta y eventualmente asíncrona. A este tipo de sistemas, en el que conviven dinámicas dirigidas por el tiempo y dinámicas dirigidas por eventos, se les denomina híbridos.

1. Sistemas Impulsivos/Híbridos

Los sistemas impulsivos son un tipo de sistemas híbridos, en los que se añaden en determinados instantes (dependiendo de la ocurrencia de un evento) efectos impulsivos a la dinámica temporal del sistema. Se trata de un área de la teoría de sistemas que ha empezado a desarrollarse recientemente, a partir de los trabajos seminales recogidos en [1, 9]. Dependiendo de la forma en que se definan los instantes en que se producen los impulsos, los sistemas impulsivos se clasifican en: i) sistemas con impulsos en instantes fijos, ii) sistemas con impulsos en instantes variables, y iii) sistemas impulsivos autónomos. Los dos primeros tipos de sistemas son, con diferencia, los más estudiados en la literatura.

Los sistemas reseteados son una clase particular de sistemas impulsivos/híbridos, en los que la acción de control se pone a cero en los instantes en que su entrada es cero. Si no se consideran entradas externas, los sistemas reseteados son sistemas impulsivos autónomos. A pesar de que el estudio formal de este tipo de sistemas no se ha empezado a realizar hasta hace un par de décadas, la idea del control reseteado se remonta a los años 50 con el integrador de Clegg [6]. Se trata de una idea simple, combinar la dinámica de un integrador con un evento que pone a cero la salida (acción de control) cuando su entrada (señal de error) es cero.

2. Superación de limitaciones fundamentales

Los sistemas de control reseteados, junto con otros tipos de sistemas de control no lineales y/o variables en el tiempo (NLVT), surgen con la idea de superar las limitaciones fundamentales que caracterizan a los sistemas de control lineales e invariantes en el tiempo (LIT). Desde un punto de vista frecuencial, estas limitaciones se concentran en el hecho de que en la práctica es imposible obtener sistemas de control LIT con una gran ancho de banda sin desestabilizar el sistema. La obtención de una mejora en este sentido, es decir la mejora de la velocidad de respuesta del sistema sin alterar sus márgenes de estabilidad es la principal motivación del estudio de los sistemas de control reseteado en la práctica.

Históricamente, los trabajos de Isaac Horowitz en los años 70 [7, 8] supusieron un hito importante, ya que se desarrollaron por primera vez técnicas para la síntesis de sistemas de control reseteado. Más recientemente, en los últimos diez años especialmente, ha habido un número importante de trabajos de diferentes grupos a nivel internacional. En gran medida, esto ha tenido que ver con el enorme impulso de investigación que se ha dedicado al área de los sistemas de control híbridos, desde diferentes grupos provenientes de las matemáticas, la informática y la ingeniería de control.

3. Extensión del concepto de control reseteado

En primer lugar, se ha extendido la definición clásica de control reseteado, bien incorporando variaciones sobre la definición del evento de reseteo, bien redefiniendo la puesta a cero por la puesta a un valor que puede ser constante o variable. Desde el punto de vista más teórico, los principales esfuerzos de investigación se han centrado en el estudio de la estabilidad de los sistemas de control reseteado, ya sea en el sentido de Lyapunov o desde un punto de vista entrada-salida. En muchos casos, también se ha demostrado de gran utilidad el uso de métodos aproximados basados en la función descriptiva.

El objeto de la ponencia será la introducción de los sistemas de control reseteado desde un punto de vista histórico, atendiendo principalmente a los problemas de definición y estabilidad [2, 3, 5, 10]. Se revisarán los principales resultados disponibles en la literatura, y se analizarán las diferentes generalizaciones del concepto clásico de reset que han tenido éxito. Finalmente, se presentarán ejemplos de experimentos prácticos de control en los que el concepto de reseteo ha dado lugar a la superación de las limitaciones fundamentales de los controladores LIT.

Bibliografía

- [1] D. D. Bainov and P. S. Simeonov, *Systems with impulse effect: stability, theory and applications*, Ed. Horwood Ltd., 1989.
- [2] A. Baños and A., Barreiro, “Delay-independent stability of reset systems”, *IEEE Trans. Automatic Control*, 54, 2, pp.341-346, 2009.
- [3] A. Barreiro, A. Baños, “Delay-dependent stability of reset systems”, *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 216-221, 2010.
- [4] O. Beker, O. C.V. Hollot, Y. Chait and H. Han, “Fundamental properties of reset control systems”, *Automatica*, 40, pp. 905-915, 2004.
- [5] J. Carrasco, A. Baños, and A. J. van der Schaft, “A passivity-based approach to reset control systems stability”, *Systems and Control Letters*, 59, pp. 18-24, 2010.
- [6] J. C. Clegg, “A nonlinear integrator for servomechanisms”, *Transactions A.I.E.E.m, Part II*, 77, pp. 41-42, 1958.
- [7] I.M Horowitz, and P. Rosenbaum, “Nonlinear design for cost of feedback reduction in systems with large parameter uncertainty”, *International Journal of Control*, 24, 6, pp. 977-1001, 1975.

- [8] K. R. Krishman and I. M. Horowitz, "Synthesis of a nonlinear feedback system with significant plant-ignorance for prescribed system tolerances", *International Journal of Control*, 19, 4, pp. 689-706, 1976.
- [9] V. Lakshmikantham, D. D. Bainov, P.S. Simeonov, *Theory of impulsive differential equations*, World Scientific, 1989.
- [10] A. Vidal, A. Baños, "Reset compensation for temperature control: experimental applications on heat exchangers", *Chemical Engineering Journal*, 159, pp. 170-181, 2010.

Análisis de Dinámica Macroeconómica: Métodos y Aplicaciones

Juan Carlos Conesa *

Departament d'Economia i Història Econòmica
Universitat Autònoma de Barcelona,
08193 Campus de Bellaterra, Cerdanyola del Vallès, Barcelona
e-mail: jcconesa@gmail.com

RESUMEN

Esta ponencia revisa los métodos teóricos y computacionales empleados en el análisis de la dinámica macroeconómica, para lo cual se discutirán los fundamentos teóricos de la metodología del equilibrio general dinámico estocástico, su implementación computacional y los principales retos que dicha metodología representa en la actualidad. Todos estos aspectos se discutirán desde un punto de vista conceptual y a partir de una aplicación concreta al análisis de la política fiscal.

Sobre cierto lastre lineal de nuestra ciencia no lineal

Ricardo Chacón García *

Universidad de Extremadura

Departamento de Física Aplicada,

Escuela de Ingenierías Industriales, Apartado 382, E-06071, Badajoz

e-mail: rchacon@unex.es

RESUMEN

La consideración del carácter no lineal de las estructuras matemáticas subyacentes a la realidad física en las últimas décadas ha permitido avanzar enormemente en la comprensión de multitud de fenómenos ligados a las nociones de caos y complejidad. Sin embargo, y como es consustancial al progreso científico en cualquier época, el nuevo paradigma caos-complejidad ha heredado en (y para) su desarrollo ciertas ideas del paradigma anterior que, finalmente, están retrasando su propio desarrollo ulterior. En esta comunicación, discutiré uno de tales lastres que procede de la noción clásica (galileana) de resonancia. Ilustraré los efectos nocivos de tal lastre en diversos contextos multidisciplinares como el transporte dirigido por ruptura de simetrías, la morfogénesis y la amplificación de energía por señales temporales débiles. Finalmente, se mencionarán los primeros pasos encaminados a superar tal lastre.

Quasiespecies víricas: desde modelos de complejidad biológica al desarrollo de nuevas terapias

Esteban Domingo *

Centro de Biología Molecular *Severo Ochoa* (CSIC-UAM), Campus de Cantoblanco, Madrid.
Centro de Astrobiología (CSIC-INTA), Instituto Nacional de *Técnica Aeroespacial*, Torrejón de Ardoz, Madrid.

Centro de Investigación Biomédica en *Red de Enfermedades Hepáticas y Digestivas* (CIBERehd), Barcelona.
e-mail: edomingo@cbm.uam.es

RESUMEN

Los virus son elementos genéticos con un programa propio codificado en RNA o DNA, que se replican a expensas de los recursos de la célula. Los virus con RNA, que incluyen numerosos patógenos importantes, se caracterizan por altas tasas de mutación (10⁵ a 10⁶ veces superiores a las tasas normales del DNA celular) y replicación rápida. Por ello, las poblaciones de virus RNA son genéticamente muy heterogéneas, cambiantes y de composición altamente indeterminada. Esta dinámica se relaciona estrechamente con la de las distribuciones de mutantes propuestas por la teoría de quasiespecies, desarrollada para explicar la autoorganización y adaptabilidad de elementos genéticos primitivos, en el origen de la vida. Los virus RNA constituyen modelos de complejidad biológica con los que abordar experimentalmente implicaciones de los principios darwinianos de generación de variantes, competición y selección de los biológicamente más aptos. Las nubes dinámicas de mutantes víricas pueden seleccionarse como subpoblaciones enteras o autoorganizarse para regular su capacidad de matar a las células hospedadoras. Asimismo, la caracterización de interacciones que se establecen dentro de los espectros de mutantes ha propiciado la investigación de nuevos diseños antivirales como es la mutagénesis letal de virus (o extinción de virus por exceso de mutaciones), empleando agentes mutagénicos e inhibidores de la replicación viral. Estos estudios ilustran la importancia de mantener el contacto entre campos aparentemente dispares de la actividad científica.

Bibliografía

- [1] Eigen, M. 1971. Self-organization of matter and the evolution of biological macromolecules. *Naturwissenschaften* 58, 465-523.
- [2] Domingo, E., Biebricher, C., Eigen, M., and Holland, J. J. 2001. Quasispecies and RNA Virus Evolution: Principles and Consequences. Landes Bioscience, Austin.
- [3] Grande-Pérez, A., Lazaro, E., Lowenstein, P., Domingo, E., and Manrubia, S. C. 2005. Suppression of viral infectivity through lethal defection. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 102(12), 4448-52.
- [4] Perales, C., Agudo, R., Tejero, H., Manrubia, S. C., and Domingo, E. 2009. Potential benefits of sequential inhibitor-mutagen treatments of RNA virus infections. *PLoS Pathog* 5(11), e1000658.
- [5] Ojosnegros, S., Beerenwinkel, N., Antal, T., Nowak, M. A., Escarmís, C., and Domingo, E. 2010. Competition-colonization dynamics in an RNA virus. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 107(5), 2108-12.

How to use the averaging theory for studying the periodic orbits and their stability of a given differential system

Jaume Llibre

Universitat Autònoma de Barcelona
Departament de Matemàtiques, 08193 Bellaterra, Barcelona, Catalonia, Spain
email: jllibre@mat.uab.cat: <http://www.gsd.uab.cat/>

ABSTRACT

We present two theorems which allow to study the periodic orbits and their stability of a given differential system if such a system can be written into the normal forms of averaging theory.

The first theorem applies to differential systems of the form

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon F_1(x, t) + \varepsilon^2 F_2(x, t) + \varepsilon^3 F_3(x, t) + \varepsilon^4 R(x, t, \varepsilon),$$

where ε is a small parameter and the system is T -periodic in the variable t . The theorem is developed up to order three in a small parameter (see [2]). We shall show how to use this theorem for studying the periodic orbits of some relevant differential systems. More precisely we shall study:

- the limit cycle of the van der Pol differential equation,
- the limit cycles of the polynomial Liénard differential systems coming from the perturbation of the periodic orbits of a linear center [4],
- the Hopf bifurcation for differential systems in dimension n [6],
- periodic orbits emanating from a singular point different from a Hopf bifurcation [1],
- ...

The second theorem due to Malkin [8] and Roseau [9] (see [3] for a shorter proof) applies to differential systems of the form

$$\frac{dx}{dt} = F_0(x, t) + \varepsilon F_1(x, t) + \varepsilon^2 R(x, t, \varepsilon),$$

where ε is a small parameter and the system is T -periodic in the variable t . We shall apply this theorem for studying:

- the Hopf bifurcation of the Michelson system [7],
- bifurcation of limit cycles from a continuum of isochronous periodic orbits forming a subset of dimension k inside R^n [5],
- ...

Bibliography

-
- [1] L. Barreira, J. Llibre and C. Valls, *Periodic orbits near equilibria*, to appear Comm. Pure and Appl. Math. (2010).
- [2] A. Buică and J. Llibre, *Averaging methods for finding periodic orbits via Brouwer degree*, Bull. Sci. Math. **128** (2004), 7–22.
- [3] A. Buică, J.P. Francoise and J. Llibre, *Periodic solutions of nonlinear periodic differential systems with a small parameter*, Commun. Pure Appl. Anal. **6** (2007), 103–111.
- [4] J. Llibre, A.C. Mereu and M.A. Teixeira, *Limit cycles of the generalized polynomial Liénard differential equations*, Math. Proceed. Camb. Phyl. Soc. **148** (2009), 363–383.
- [5] J. Llibre and M.A. Teixeira, *Limit cycles bifurcating from a 2-dimensional isochronous cylinder*, Applied Math. Letters **22** (2009), 1231–1234.
- [6] J. Llibre and X. Zhang, *Hopf bifurcation in higher dimensional differential systems via the averaging method*, Pacific J. of Math. **240** (2009), 321–341.
- [7] J. Llibre and X. Zhang, *On the Hopf-zero bifurcation of the Michelson system*, preprint, 2009.
- [8] I.G. Malkin, *Some problems of the theory of nonlinear oscillations*, (Russian) Gosudarstv. Izdat. Tehn.-Teor. Lit., Moscow, 1956.
- [9] M. Roseau, *Vibrations non linéaires et théorie de la stabilité*, (French) Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. **8** Springer-Verlag, Berlin-New York, 1966.

Transferencia de Energía en Vibraciones Moleculares Caóticas

Juan Carlos Losada González*

Universidad Politécnica de Madrid
Grupo de Sistemas Complejos
email: juancarlos.losada@upm.es

RESUMEN

Los fenómenos de vibración molecular, en los que se mueven de forma colectiva todos los núcleos de una molécula en el potencial creado por su nube electrónica, son de una gran relevancia en muchos procesos intramoleculares, como por ejemplo la transferencia de energía entre enlaces o incluso la reactividad química. Además, pueden ser estudiados experimentalmente con mucho detalle gracias a las modernas técnicas espectroscópicas.

Desde este punto de vista, las moléculas pueden considerarse como sistemas dinámicos hamiltonianos no integrables conservativos, compuestos por una colección de osciladores anarmónicos acoplados. Una comprensión detallada de la dinámica no lineal subyacente, en la que se conozcan adecuadamente tanto las rutas de acoplamiento entre modos como su eficiencia relativa, pueden ayudar a una construir una verdadera Química Selectiva con Láser, donde se aproveche la intensidad y precisión de estos últimos dispositivos para utilizarlos como un bisturí que permita romper las moléculas selectivamente por ciertos canales preferenciales que desemboquen en los productos de reacción deseados (o evitar otros no deseables).

En esta conferencia se presentan los estudios mediante la Mecánica Clásica de la dinámica vibracional de diferentes moléculas triatómicas (LiCN, HCP, KCN, etc.) descritas por potenciales realistas, haciendo especial énfasis en la estructura del correspondiente espacio de fases y en los fenómenos de transferencia de energía entre los diferentes modos de vibración.

Partimos de un hamiltoniano de la forma

$$H(q, p) = T(q, p) + V(q, p) \quad (1)$$

donde V es un potencial realista obtenido mediante cálculos *ab initio* que describe las interacciones entre los átomos que constituyen cada una de las moléculas, T la energía cinética y (q, p) las correspondientes coordenadas y momentos de cada uno de los n grados de libertad.

La resolución numérica de las $2n$ ecuaciones diferenciales de Hamilton:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H(q, p)}{\partial p_i}; \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H(q, p)}{\partial q_i}; \quad i = 1 \dots n, \quad (2)$$

nos permite obtener las trayectorias del sistema. Como la energía total se mantiene constante (el sistema es conservativo), el espacio de fases, formado por las coordenadas y momentos, para una energía dada E , tiene dimensión $2n - 1$, ya que una de las coordenadas o momentos se puede poner en función del resto mediante la ecuación (??), teniendo en cuenta $H = E = \text{cte}$.

Analizando las trayectorias mediante diferentes herramientas, se puede caracterizan el comportamiento dinámico del sistema. En particular, el método del mapa de frecuencias, originalmente desarrollado en el campo de la Mecánica Celeste [1], es de una especial relevancia, ya que permite abordar el estudio de sistemas Hamiltonianos con más de dos grados de libertad. Este método ha sido adaptado e implementado para el estudio de sistemas moleculares, de forma

que, mediante un Análisis de Frecuencias (AF), se obtiene con una gran precisión las frecuencias fundamentales de cada modo de vibración cuando el movimiento es regular. En el caso de movimiento caótico permite obtener una estimación muy buena de cómo y cuánto se separa este movimiento del regular. Las diferentes representaciones de las frecuencias fundamentales entre ellas o en función del tiempo o de condiciones iniciales permiten construir lo que se denomina Mapa de Frecuencias (MF). Así mismo, estudiando la derivada temporal de las frecuencias es posible estudiar la difusión de las órbitas caóticas.

En primer lugar se presenta, para cada molécula, el estudio del sistema de dos grados de libertad, donde el enlace más fuerte de la molécula (C-N o C-P) se considera rígido[2, 3]. En este caso, se puede caracterizar el espacio de fases mediante superficies de sección de Poincaré (SSP), donde se mapea cada trayectoria cuando corta con un determinado plano. En este tipo de sistemas ha resultado de gran relevancia hacer el corte con el camino de mínima energía, que une los diferentes pozos del potencial de la molécula.

La SSP permite determinar las diferentes zonas del espacio de fases, regulares y caóticas, pudiéndose observar estructuras dinámicas complejas predichas por el teorema KAM[4], como toros KAM, cadenas de islas, cantoros, y el mar de caos. El AF aporta información dinámica de cada una de estas estructuras. Permite, gracias a la precisión con la que se obtienen las frecuencias, localizar órbitas periódicas resonantes del tipo p/q con valores de p y q muy altos, así como determinar cuáles de estas resonancias han desaparecido. En cuanto a los cantoros (últimos toros en romperse por efecto de la perturbación), el AF permite observar cómo trayectorias cercanas se quedan atrapadas por un tiempo escapándose después a la zona caótica, poniendo de manifiesto su naturaleza de “cuello de botella”. Por otro lado, estudiando el espectro multifractal del MF de la zona de influencia del cantoro para diferentes energías, se puede observar cómo emerge la estructura fractal en la creación y destrucción de toros en la frontera orden-caos[5].

El AF de trayectorias caóticas ha resultado también muy útil para obtener información dinámica de esta zona del espacio de fases. Analizando la variación de las frecuencias con el tiempo se observa que ésta no es errática o aleatoria, sino que durante pequeños espacios de tiempo las frecuencias se quedan atrapadas en diferentes resonancias, observándose cómo, en cada caso, existen resonancias muy importantes (por ejemplo, la $8/1$ en la molécula LiCN) alrededor de la cual se mueven la mayoría de las órbitas caóticas. Esto ha permitido evidenciar que la zona caótica no es ergódica, sino que en ella subyace una rica estructura[2, 3, 6].

El MF permite abordar el estudio de los sistemas moleculares con tres grados de libertad[7, 8]. En este caso las SSP no aportan una información completa de la estructura del espacio de fases, ya que el corte con cualquier plano no tiene por qué capturar todas las trayectorias relevantes del sistema. Sin embargo la obtención de las tres frecuencias fundamentales (ν_1, ν_2, ν_3), correspondientes a los tres modos de vibración, así como sus derivadas respecto al tiempo, ha resultado ser suficiente para poder caracterizar completamente el espacio de fases y la dinámica de transferencia de energía.

La diferencia más importante entre la dinámica de un sistema hamiltoniano de dos grados de libertad, que tiene un espacio de fases 3D y uno de tres grados de libertad (espacio de fases 5D), es que, si en el primero las trayectorias se quedan atrapadas dentro de los diferentes toros que las rodean, ya que una superficie 2D separa completamente el espacio 3D, en el segundo los toros (3D) no separan el espacio 5D, de forma que trayectorias caóticas podrían adentrarse en la zona regular, produciéndose lo que se denomina “Difusión de Arnold”[9].

La representación del coeficiente de difusión (definido como el máximo de la derivada de las frecuencias) sobre el espacio de fases, permite obtener una información análoga a la que da la

SSP en el caso de dos grados de libertad, pudiendo observar las zonas de regularidad y caos, cadenas de islas, etc.

Por otro lado, es posible visualizar el “espacio de frecuencias” representando ν_1/ν_2 vs ν_3/ν_2 para cada trayectoria. Esto permite caracterizar este espacio en función de la energía del sistema, observando cómo la zona accesible es mayor al aumentar la energía, cómo va apareciendo la zona caótica, etc.

A su vez es posible construir la correspondiente red de Arnold (líneas de resonancia sobre el espacio de frecuencias). Representando la variación de las frecuencias con el tiempo sobre el espacio de frecuencias se puede determinar qué líneas de resonancias son las más importantes en la estructura de la dinámica caótica, evidenciando de nuevo una rica estructura subyacente. Con este análisis se ha encontrado los primeros indicios de difusión caótica al estudiar la evolución en el espacio de frecuencias de trayectorias individuales, lo que tendría implicaciones dinámicas muy interesantes

Por último presentaremos los últimos resultados obtenidos utilizando otros indicadores de caos que actualmente están en desarrollo. Se trata de indicadores geométricos basados en exponentes de Lyapunov, como son FLI y SALI. Estos indicadores dan información análoga a las SSP en sistemas de dos grados de libertad y resultan de gran utilidad en sistemas de tres grados de libertad, ya que proporcionan información complementaria al MF, poniendo de manifiesto de forma más evidente fenómenos de difusión.

Bibliografía

- [1] J. Laskar, *Icarus* **88**, 266 (1990).
- [2] J. C. Losada, J. M. Estebarez, R. M. Benito, and F. Borondo, *Local Frequency Analysis and the Structure of Classical Phase Space of the LiNC/LiCN Molecular System* *J. Chem. Phys.* **108** (1998) 63-71
- [3] S. Zaki, J.C. Losada, R. M. Benito and F. Borondo, *Frequency Analysis of the molecular vibrations of HCP*, *J. Chem. Phys.* **129** (2008) 16413-7
- [4] A. N. Kolmogorov, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **98**, 527 (1954); V. I. Arnold, *Izv. Akad. Nauk. SSSR Ser. Math.* **25**, 21 (1961); J. Moser, *Am. Math. Soc. Mem.* **81**, 1 (1968).
- [5] J.C. Losada, R.M. Benito, A Tarquis y F Borondo *Multifractal Analysis of Tori Destruction in a Molecular Hamiltonian System*, *Phys. Rev. E.* **65** (2002) 1-9
- [6] J.C. Losada, R.M. Benito, FJ Arranz y F Borondo *Frequency Map Analysis and Scars in Molecular Vibrations*, *Int. J. Quantum Chem* **86** (2002) 167-174
- [7] J.C. Losada, C. G.Giralda, R. M. Benito y F. Borondo, *Global Dynamics of Nonrigid Triatomic Molecular Systems of Three Degrees of Freedom*, *Frontiers of Fundamentals Physics.* **905** (2007) 249
- [8] J.C. Losada, R. M. Benito and F. Borondo, *Frequency Map Analysis in a 3D LiNC/ LiCN molecular system*, *European Physics J. Special Topics.* **165** (2008). 183-193
- [9] V. I. Arnold, *Sov. Math. Dokl.* **5**, 581 (1964).

Una herramienta matemática para el análisis de la capacidad de maniobrabilidad de submarinos tripulados

Javier García, Diana M. Ovalle, Francisco Periago* y Jorge Tiago

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
email: f.periago@upct.es

RESUMEN

El principal objetivo de la charla es compartir con los asistentes al NoLineal 2010 una primera experiencia de colaboración industrial, aún en curso, desarrollada conjuntamente con el departamento de Anteproyectos de la empresa Navantia S.A., en su factoría de Cartagena. La necesidad de la empresa se centra en el desarrollo de un software informático capaz de dar una primera respuesta sobre la capacidad de maniobrabilidad de los submarinos que se construyen en sus astilleros. Se pretende que la información suministrada por dicho software sea utilizada durante la fase previa de diseño del submarino. El modelo matemático que se ha propuesto ha sido formulado como un problema de control óptimo con restricciones en el estado y el control. La ley de estado subyacente está formada por un sistema de 12 ecuaciones diferenciales ordinarias con fuertes no linealidades tanto en las variables de estado como en las de control. El análisis matemático del modelo se ha llevado a cabo usando resultados de existencia de solución basados en técnicas de relajación. Para la resolución numérica del problema, que constituye el motor del software desarrollado, se ha utilizado un algoritmo de descenso tipo gradiente. Además de los aspectos matemáticos, pretendemos describir las consecuencias académicas y laborales que de esta colaboración se están derivando. Los resultados que se expondrán están recogidos en [7, 8, 10].

1. Motivación: ¿Qué necesita la empresa?

Durante la etapa preliminar de diseño de un submarino se ha de tomar un número importante de decisiones con el fin de optimizar, en algún sentido, el comportamiento dinámico del prototipo. Centrándonos en submarinos militares tripulados, es importante, entre otros, que estos vehículos sean capaces de hacer rápidos y silenciosos cambios de rumbo y de profundidad (con lo que disminuye la posibilidad de ser detectados). Además, pese a que se trata de vehículos oceánicos, sin embargo, algunas de las misiones se desarrollan en aguas litorales. Estos grandes submarinos no son capaces de hacer un cambio de rumbo en un plano horizontal, sino que durante dicha maniobra el submarino cambia su profundidad. Es, por tanto, importante cuantificar y optimizar (minimizar) el ruido generado en un cambio de profundidad, el tiempo empleado en una determinada maniobra o la variación en profundidad cuando un cambio de rumbo se realiza en aguas litorales. Los anteriores son sólo algunos ejemplos de lo que se suele llamar la *capacidad de maniobrabilidad del submarino*. De hecho, antes de la contratación de la construcción de un determinado número de submarinos por algún país interesado, la empresa constructora ha de dar información precisa sobre la capacidad de maniobrabilidad del futuro prototipo.

Para realizar dichas maniobras, los submarinos que se construyen en Navantia incorporan 3 timones y una hélice. Y es precisamente durante la fase de diseño donde se toman las decisiones oportunas sobre el tipo de timones y hélice que se instalarán en el futuro submarino. *La empresa*

necesita pues disponer de un software informático que permita simular el comportamiento dinámico del prototipo antes de ser diseñado, precisamente con el fin de diseñar el mejor submarino posible. Y es aquí donde entran en escena las matemáticas y los ordenadores. Las primeras con su capacidad para crear modelos matemáticos y algoritmos numéricos que nos ayudan a prevenir el futuro, y los segundos con su potencia de cálculo que nos permite plasmar en forma de números, gráficas y animaciones de video los resultados que se derivan de dichos algoritmos.

2. Un modelo matemático

Es preciso introducir dos sistemas de coordenadas con el fin de poder medir adecuadamente las variables importantes que nos van a aparecer. Por un lado, tenemos el sistema de referencia *mundo*, con origen en un punto *fijo* del océano, y por otro, el llamado sistema *cuerpo*, cuyo origen se sitúa cerca del centro de masas del submarino y que se mueve solidario con éste. Introducimos ahora el *vector de estado*

$$\mathbf{x} = (x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r) \in R^{12}, \tag{1}$$

donde $\eta = (x, y, z; \phi, \theta, \psi)$ indica la posición y orientación del submarino en el sistema mundo, y $\nu = (u, v, w; p, q, r)$ es el vector de velocidades lineales y angulares medidas en el sistema cuerpo. Las ecuaciones de movimiento (cinemáticas y dinámicas) se escriben (véase [1, 3, 4]) en la forma

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M\nu'(t) + C(\nu(t))\nu(t) + D(\nu(t))\nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases} \tag{2}$$

J es la matriz de transformación de ambos sistemas de coordenadas, $M = M_{RB} + M_A$ incluye la matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} más la matriz de masa añadida M_A , $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$, con C_{RB} la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis y C_A la correspondiente matriz también de fuerzas centrípetas y de Coriolis pero esta vez debidas al efecto de masa añadida, $D(\nu)$ representa las fuerzas y momentos hidrodinámicos debidos a fricción superficial y desprendimiento de vórtices, $g(\eta)$ es el vector de fuerzas y momentos de restauración (i.e., gravitacionales y de flotabilidad), y finalmente $\tau(\mathbf{u})$ es el vector de controles asociado a las fuerzas y momentos producidos por los timones y la hélice. Para el tipo de submarinos considerado, este vector está dado por

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)), \tag{3}$$

donde δ_b y δ_s representan, respectivamente, el ángulo de los timones acoplados de proa y popa, δ_r es el ángulo del timón que controla el cambio de rumbo y $n(t)$ denota las revoluciones del propulsor (la hélice). Véase [3, 7, 8].

Es importante destacar que las variables de control (??) aparecen en las ecuaciones en forma cuadrática y toman valores en el compacto

$$K = \left[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}\right] \times \left[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}\right] \times \left[-\frac{7\pi}{36}, \frac{7\pi}{36}\right] \times [0, 2.5]. \tag{4}$$

De igual modo, y por razones obvias, también tenemos restricciones en las variables de estado. Denotemos por Ω el conjunto de admisibilidad para la variable de estado.

Volviendo a la notación usualmente utilizada en control óptimo, escribimos

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_{12}(t)) \in R^{12} \quad \text{y} \quad \mathbf{u}(t) = (u_1(t), \dots, u_4(t)) \in R^4$$

y la ley de estado (??) como

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)).$$

Las capacidades de maniobrabilidad de un submarino descritas en la sección anterior pueden ser modelizadas a través del siguiente problema de control óptimo: dado un estado final $\mathbf{x}^{t_f} = (x_1^{t_f}, \dots, x_{12}^{t_f}) \in \Omega$, encontrar un control $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), \dots, u_4(t)) \in R^4$ tal que en el tiempo t_f , la variable de estado $\mathbf{x}(t_f)$ alcanza (o al menos está cerca de) el estado deseado \mathbf{x}^{t_f} . Al mismo tiempo, exigimos un gasto mínimo de control durante la maniobra o que ésta se desarrolle de la manera más silenciosa posible.

En términos matemáticos, tenemos el siguiente problema de control óptimo:

$$(P_{t_f}) \quad \begin{cases} \text{Minimizar en } \mathbf{u}: & I(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{12} \alpha_j (x_j(t_f) - x_j^{t_f})^2 + \sum_{j=1}^4 \int_0^{t_f} \beta_j u_j^2(t) dt \\ \text{sujeeto a} & \mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad 0 < t < t_f \\ & \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \Omega \\ & \mathbf{x}(t) \in \Omega \quad \text{y} \quad \mathbf{u}(t) \in K, \quad 0 \leq t \leq t_f. \end{cases}$$

Aquí, $\alpha_j \geq 0$, y $\beta_j > 0$ son parámetros de penalización.

3. Análisis Matemático del Modelo

Por ésto no paga la empresa, pero tampoco tiene precio la satisfacción que causa en el matemático puro o aplicado. En cualquier caso, seamos breves. Se tiene el siguiente resultado teórico:

Para $t_f > 0$, suficientemente pequeño, (P_{t_f}) tiene, al menos, una solución.

La demostración se basa en un resultado de existencia general recientemente obtenido en [9, Theorem 1.1]. En este punto es importante enfatizar la dificultad de poder aplicar resultados clásicos de existencia, al estilo Fillipov, basados, por ejemplo, en la convexidad del campo de orientadores. Como todo aquel que está mínimamente familiarizado con los problemas de optimización sabe, en éstos *el tamaño sí que importa, y mucho*. De modo que chequear ese tipo de condiciones en un problema de control óptimo con 12 ecuaciones altamente no lineales es tarea casi imposible. La gran virtud del resultado en [9] es que la condición suficiente para la existencia es de naturaleza algebraica y gracias a ello es posible verificar dicha condición en este tipo de grandes (en cuanto a tamaño) problemas. Véase [10].

4. Simulación Numérica

Para simplificar la notación, en esta sección escribimos la función coste en la forma más usual

$$I(\mathbf{u}) = G(\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}^{t_f}) + \int_0^{t_f} F(\mathbf{u}(t)) dt.$$

La resolución numérica de (P_{t_f}) se ha llevado a cabo a través de un algoritmo de descenso tipo gradiente con proyección y paso óptimo. El algoritmo está estructurado como sigue:

1. Inicialización: tomar un control admisible $\mathbf{u}^0(t) \in K$, $0 \leq t \leq t_f$.

2. Para $k \geq 0$, iteración hasta convergencia (e.g., $|I(\mathbf{u}^{k+1}) - I(\mathbf{u}^k)| \leq \varepsilon |I(\mathbf{u}^0)|$, con $0 < \varepsilon \ll 1$ la tolerancia) como sigue:

2.1. una vez hemos calculado el gradiente de la función coste $\nabla I(\mathbf{u}^k)$ y el paso óptimo $\lambda^k > 0$, consideramos el vector

$$\mathbf{v}^{k+1} = \mathbf{u}^k - \lambda^k \nabla I(\mathbf{u}^k).$$

2.2. Como \mathbf{v}^{k+1} puede no ser admisible, lo proyectamos sobre K , i.e.,

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathcal{P}_K(\mathbf{v}^{k+1})$$

donde si $K = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_4, b_4]$, entonces $\mathbf{u} = \mathcal{P}_K(\mathbf{v})$ tiene componentes

$$u_j = \min(\max(a_j, v_j), b_j), \quad \mathbf{u} = (u_j), \quad \mathbf{v} = (v_j), \quad 1 \leq j \leq 4.$$

Para calcular, en cada iteración k , el gradiente $\nabla I(\mathbf{u}^k)$ usamos en forma standard el método adjunto como sigue:

- Dado el control \mathbf{u}^k , $k \geq 0$, resolver la ecuación de estado

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}^k(t)), & 0 \leq t \leq t_f \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^k(0) \end{cases} \quad (5)$$

para obtener un nuevo estado $\mathbf{x}^{k+1}(t)$.

- Con el par $(\mathbf{u}^k, \mathbf{x}^{k+1})$, resolver la EDO lineal, pero hacia atrás en el tiempo, del estado adjunto $\mathbf{p}(t)$,

$$\begin{cases} \mathbf{p}'(t) = -[\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{k+1}(t), \mathbf{u}^k(t))]^T \mathbf{p}(t), & 0 \leq t \leq t_f \\ \mathbf{p}(t_f) = G'(\mathbf{x}^{k+1}(t_f) - \mathbf{x}^{t_f}) \end{cases} \quad (6)$$

donde $\nabla_{\mathbf{x}}$ es el gradiente respecto a \mathbf{x} , y A^T denota la traspuesta de A . De esta forma obtenemos $\mathbf{p}^{k+1}(t)$.

- Finalmente,

$$\nabla I(\mathbf{u}^k) = \nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{F}(\mathbf{x}^{k+1}(t), \mathbf{u}^k(t)) + [\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{k+1}(t), \mathbf{u}^k(t))]^T \mathbf{p}^{k+1}(t).$$

El paso óptimo λ^k , se elige de forma que

$$I(\mathbf{u}^k - \lambda^k \nabla I(\mathbf{u}^k)) = \min_{\lambda \in \mathbb{R}} I(\mathbf{u}^k - \lambda \nabla I(\mathbf{u}^k)).$$

El asunto más delicado en el proceso anterior corresponde a la resolución numérica del sistema adjunto (??). La dificultad procede del hecho de que (??) incluye términos no derivables tales como

$$|x_9| \sqrt{x_8^2 + x_9^2}$$

con lo que $\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}$ tiene discontinuidades de salto finito. Es decir, el término de la derecha en la ecuación adjunta es discontinuo. Es conocido [2, 5] que cuando la solución de una tal EDO

alcanza una superficie de discontinuidad, la solución puede quedar atrapada en ésta, podemos perder la unicidad de solución, o bien la solución atraviesa la discontinuidad. Una condición suficiente para que se dé el tercer caso es que se cumpla una determinada condición de transversalidad que es, afortunadamente, lo que sucede en nuestro caso concreto. Para los detalles véase [5, 6].

En la presentación se mostrarán varios experimentos numéricos.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido realizado con la financiación de los proyectos 2113/07MAE entre NAVANTIA S.A. y UPCT, 08720/PI/08 de la Fundación Séneca (Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia. II PCTRM 2007-10), y MTM2007-62945 del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

Referencias

- [1] J. Felman, Revised standard submarine equations of motion. Report DTNSRDC/SPD-0393-09, David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, Washington D.C., 1979.
- [2] A. F. Filippov, Differential equations with discontinuous right-hand side, *Mat. Sb. (N.S.)* 51 (93) (1960), 99-128 [in Russian]. Engl. Transl.: AMS Translations, Series 2, Vol. 42, pp. 199-231 (1964).
- [3] T. I. Fossen, *Guidance and control of ocean vehicles*, John Wiley and sons, 1994.
- [4] M. Gertler, G. R. Hagen, Standard equations of motion for submarine simulations, NSRDC Rep. 2510, 1967.
- [5] H. Hairer, S. P. Nørset, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I. Non stiff problems*, Second revised edition, Springer series in computational mathematics, 2000.
- [6] R. Mannshardt, One-step methods for any order ordinary differential equations with discontinuous right-hand sides, *Numer. Math.* 31 (1978) 131-152.
- [7] D. M. Ovalle, J. García, F. Periago, Nonlinear optimization tool for the analysis of the manoeuvre capability of a submarine. Sometido a publicación.
- [8] D. M. Ovalle, J. García, F. Periago, Analysis and numerical simulation of a nonlinear model for testing the manoeuvrability capabilities of a submarine. Sometido a publicación.
- [9] P. Pedregal, J. Tiago, Existence results for optimal control problems with some specific non-linear dependence on state and control, *SIAM J. Control Optim.* 48 (2) (2009) 415-437.
- [10] F. Periago, J. Tiago, A local existence result for an optimal control problem modeling the manoeuvring of an underwater vehicle, *Nonlinear Analysis: Real World Applications* (2009), doi:10.1016/j.nonrwa.2009.09.002

Egalitarian allocations in non-linear sharing problems

Antonio Villar *

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Universidad Pablo de Olavide
Ctra de Utrera, km 1, 41013, Sevilla
e-mail: avillar@upo.es

ABSTRACT

Consider the following reference problem: There is a group of agents that had formed a partnership in the past, each of them contributing with some amount of money. Now they are to dissolve the partnership and have to split its total value among the partners, taking into account their entitlements (initial contributions).

The question is how to allocate the proceeds among the incumbents in a fair way.

This is a distribute problem with an extremely simple mathematical structure: there is a certain amount of money (a scalar that can be either positive, zero or negative), to be distributed among a group of agents characterized by their entitlements (a vector of real numbers of any sign). Note that all relevant data of the problem are expressed in the same units, a context that can be associated to the case of transferable utilities that are linear in the good under consideration.

It is common to distinguishing between *surplus sharing problems* and *rationing problems*, depending on whether the amount to be divided exceeds or falls short of the aggregate entitlements.

Simple as it is, there is a good deal of possible solutions and a large stream of literature dealing with the properties of those solutions [e.g. Young (1987), (1994), Moulin (1988), (2001), Thomson (2003), for a review of the literature]. Herrero, Maschler & Villar (1999) analyze in this context a particular solution, called the **rights-egalitarian solution**. This solution corresponds to the equal losses solution for rationing problems and the equal-gains solution for surplus sharing problems, under the assumption of unlimited liability.

The purpose of this work is to present an extension of the rights egalitarian solution to non-linear sharing problems. We shall assume, in particular, the standard framework of Non Transferable Utility cooperative game theory. Namely, agents are characterized by concave non-comparable utility functions, and all the information of the problem refers to the joint utility space.

We find the extension of the rights-egalitarian solution to this context leads to the "Nash solution", that corresponds to the standard Nash bargaining solution for surplus sharing problems and the Nash rationing solution (Mariotti & Villar (2005)) for the case of rationing problems.

Análisis de las enfermedades como sistemas complejos

Pablo Villoslada *

Institut d'Investigacions Biomèdiques Agustí Pi i Sunyer
Parc Científic de Barcelona,
Torre I, Baldiri Reixac 4, 08028 Barcelona
e-mail: PVILLOSLADA@clinic.ub.es

RESUMEN

La mayoría de las enfermedades son multifactoriales y se comportan como sistemas complejos, lo que dificulta conocer sus mecanismos y desarrollar predicciones precisas y terapias adecuadas. Recientemente se ha impulsado el análisis de las enfermedades complejas gracias al desarrollo de la biología de sistemas, aplicando análisis de redes, simulaciones computacionales y modelos matemáticos a problemas médicos. Si bien esta aproximación es necesaria, los resultados aún son escasos dado la enorme complejidad de los sistemas biológicos, la falta de herramientas para analizar dichos fenómenos y especialmente la falta de datos cuantitativos y un conocimiento más completo de las bases biológicas de los procesos. En el estudio de los mecanismos de inflamación cerebral y de la patogenia de la Esclerosis Múltiple, hemos aplicado análisis de redes, modelización computacional y análisis de series temporales para poder comprender cómo surge la autoinmunidad y cómo predecir el curso de una enfermedad compleja. Los resultados sugieren que el análisis de las enfermedades multifactoriales como sistemas complejos obligará a realizar avances en la teoría y métodos de los sistemas complejos y pueden dar respuestas relevantes a preguntas médicas que supongan un beneficio para la sociedad.

Aplicaciones de los métodos no lineales

Identificación de superposición funcional de comunidades mediante sincronización

I. Leyva*, J. A. Almendral, I. Sendiña-Nadal, D. Li, J. M. Buldú, S. Havlin, S. Boccaletti

Universidad Rey Juan Carlos

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, 28943 Fuenlabrada, España.

email: inmaculada.leyva@urjc.es - URL: <http://www.complex.etsit.urjc.es>

RESUMEN

La estructura de las redes complejas a menudo revela una organización en módulos o comunidades, indicando la existencia de grupos especializados de elementos que llevan a cabo una función específica (social, biológica o tecnológica). Existen numerosos algoritmos diseñados para encontrar esta estructura mesoscópica en las redes, pero la mayor parte de ellos no tienen en cuenta la posible existencia de estructuras de superposición entre los módulos, sino que llevan a cabo una partición completa permitiendo a cada nodo pertenecer a una sola comunidad. Sin embargo, estas subestructuras de superposición juegan un papel crucial en la capacidad de la red para coordinar las distintas funciones de sus módulos y permitir el flujo de información, como por ejemplo entre las distintas áreas cerebrales.

Solo muy recientemente se han desarrollado algunos métodos que tienen en cuenta el problema, abordándolo por medio de parámetros puramente topológicos. En nuestro trabajo proponemos una definición funcional de estructura de superposición entre comunidades basado en las propiedades de sincronización [1]. Mostraremos su funcionamiento por medio de varios ejemplos en los que el método es aplicado con éxito, identificando los elementos de superposición en redes complejas reales. Mostramos que las propiedades de superposición emergen como resultado de la dinámica, y veremos de qué manera este comportamiento dinámico está ligado a la topología de la red. En particular, mostramos cómo los nodos de superposición pueden ser dinámicamente caracterizados por su sincronización frustrada, que a su vez puede ser cuantificada mediante un parámetro topológico cuando la estructura de la red es conocida.

Bibliografía

- [1] D. Li, I. Leyva, J. A. Almendral, I. Sendiña-Nadal, J. M. Buldú, S. Havlin, S. Boccaletti *Synchronization Interfaces and Overlapping Communities in Complex Networks*. Phys. Rev. Lett. **101** (2008), 168701.

Aplicaciones de una medida estadística de complejidad

Ricardo López-Ruiz

Universidad de Zaragoza

DIIS-BIFI, Campus San Francisco, 50009 Zaragoza, España

email: rilopez@unizar.es - URL: <http://rilopezruiz1.spaces.live.com/>

RESUMEN

En esta comunicación se presenta de forma escueta el cálculo de una medida de complejidad estadística, y de otros indicadores de la misma índole tales como la información de Fisher-Shannon, sobre diferentes sistemas físicos, sean de carácter discreto o continuo. Los sistemas van desde redes de mapas acoplados pasando por gases fuera del equilibrio hasta sistemas cuánticos prototípicos, tales como el átomo de hidrógeno, el oscilador armónico cuántico y el pozo cuadrado. Una propuesta de generalización también se expondrá. Los resultados presentados son fruto de diferentes colaboraciones mantenidas en los últimos años con los investigadores indicados en las referencias [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Bibliografía

- [1] R. López-Ruiz, H.L. Mancini and X. Calbet, *A Statistical measure of complexity*, Phys. Lett. A **209** (1995), 321–326.
- [2] X. Calbet and R. López-Ruiz, *Tendency toward maximum complexity in a non-equilibrium isolated system*, Phys. Rev. E **63** (2001), 066116 (9 pp).
- [3] R.G. Catalán, J. Garay and R. López-Ruiz, *Features of the extension of a statistical measure of complexity to continuous systems*, Phys. Rev. E **66** (2002), 011102 (6 pp).
- [4] J.R. Sánchez and R. López-Ruiz, *A method to discern complexity in two-dimensional patterns generated by coupled map lattices*, Physica A **355** (2005), 633–640.
- [5] J. Sañudo and R. López-Ruiz, *Statistical complexity and Fisher-Shannon information in the H-Atom*, Phys. Lett. A **372** (2008) 5283–5286.
- [6] R. López-Ruiz, A. Nagy, E. Romera and J. Sañudo, *A generalized statistical complexity measure: Applications to quantum systems*, J. Math. Phys. **50** (2009), 123528 (10 pp).

Guerras de cuarta generación (4GW) y percolación de redes yihadistas en el Reino de España.

J.J. Miralles Canals

Universidad de Castilla-La Mancha
Departamento de Física Aplicada

GI²SD (Grupo de Investigación Interdisciplinar en Sistemas Dinámicos)
Campus de Albacete, 02071 Albacete, España
email: juan.miralles@uclm.es

RESUMEN

En el último decenio, la comunidad de físicos ha abordado la investigación de problemas sociales y políticos, usando conceptos y herramientas provenientes de la física estadística [2] [3] y de otras áreas de las Ciencias Físicas, conformando un campo de conocimiento emergente denominado Sociofísica.

En concreto, el uso de la percolación en el tratamiento de actividades terroristas y de insurgencia, ha sido considerado a partir de los trabajos seminales de Serge Galam [4] [5] [6] [7]. En el marco de la Sociofísica, se aplican modelos provenientes de la mecánica estadística y de los sistemas dinámicos complejos adaptativos, así como de otras áreas de la física, para predecir y describir la dinámica del comportamiento social de colectividades de humanos.

El paradigma de la guerra de cuarta generación, Four Generation Warfare (4GW) [1] , subraya que en 4GW lo relevante es la conquista del espacio social y cultural, el colapso del Estado-Nación desde la retaguardia, atacando por agentes no estatales, capaces de destruir las redes de supervivencia y cohesión del mismo. Desde la perspectiva 4GW, las guerras del siglo XXI serán guerras donde los actores no estatales declararán la guerra a los Estados-Nación y estos últimos podrán perderla [8].

En particular las disciplinas matemáticas y de las ciencias de la computación, también se han acercado al fenómeno de la modelización y estudio de las acciones terroristas en general y de las yihadistas en particular [9] [10]. Es de destacar en este ámbito, la reciente creación del primer laboratorio de investigación en modelos de contraterrorismo, en una Universidad de Europa, (CTR Lab) ¹, perteneciente a la University of Southern Denmark, en Dinamarca, e inaugurado en Octubre de 2009.

El objetivo del CTR Lab, consiste en:

The Counterterrorism Research Lab (CTR Lab) conducts research aimed at developing advanced mathematical models, novel techniques and algorithms, and useful software tools to analyze terrorist networks to help prevent terrorist attacks.

En esta contribución se estudian los resultados de la aproximación al paradigma (4GW), desde la perspectiva de las Ciencias Físicas. ¿Cómo podemos obtener un modelo de las acciones de las redes yihadistas que nos permite comprender el fenómeno a un nivel macro, dentro del contexto de 4GW? La respuesta que se propone a esta pregunta es percolación.

En particular se presentan los resultados, recientemente publicados por el autor [8], acerca de la estimación del grado de percolación de las redes yihadistas en el Reino de España, y se introduce la definición de dimensión memética, como nexo de unión entre las ciencias sociales y

¹The Counterterrorism Research Lab -CTR Lab- <http://www.ctrlab.dk/>

las físico-matemáticas, para describir mediante percolación, aspectos sustanciales de las acciones globales de las redes yihadistas, y su prevención, en un escenario 4GW.

Bibliografía

- [1] Lind, W.S., Nightengale. K., Schmitt. J.F., Sutton. J.W., Wilson. G.I., *The Changing Face of War: Into the Fourth Generation*, Marine Corps Gazzete **october-1989** (1989), 22–26.
- [2] Galam. S., *Sociophysics: a personal testimony*, Physica A **336** (2004), 49–55.
- [3] *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives*, (Edited by B.K. Chakrabarti, A. Chatterjee), Wiley-VCH, (2006).
- [4] Galam. S., *The September 11 Attack: A Percolation of Individual Passive Support*, Eur. Phys. J. B **26** (2002), 269–272.
- [5] Galam. S., *On reducing terrorism power: a hint from physics*, Physica A **323** (2003), 695–704.
- [6] Galam. S., *Global Physics: From Pecolation to Terrorism, Guerrilla Warfare and Clandestine Activities*, Physica A **330** (2003), 130–149.
- [7] Galam. S., *The sociophysics of terrorism: a passive supporter percolation effect*, Complexity and Security **37** (2008), 13–37.
- [8] Miralles, J.J., *Fourth Generation warfare: jihadist networks and percolation*, Mathematical and Computer Modelling **50**(2009), 896–909.
- [9] Memon, N., Farley, J.D., Hicks, D.L., Rosenorn, T. (Eds.) *Mathematical Methods in Counterterrorism: Tools and Techniques for a New Challenge*, XIII, Springer (2009).
- [10] Argamon, S., Howard, N. (Eds.) *Computational Methods for Counterterrorism* XXVIII, Springer (2009).

Método de autoconsistencia grupal y sus aplicaciones

M. Zacarés*, D. Acosta, M. Arevalillo-Herráez

Universidad Católica de Valencia
Departamento de Ciencias Experimentales y Matemáticas C/ Guillem de Castro 94, 46003
Valencia, España
email: mario.zacares@ucv.es

RESUMEN

Los sistemas con simetría discreta se caracterizan por ser invariantes bajo transformaciones de simetría discreta como son las reflexiones o rotaciones discretas. Dichos sistemas son comunes en diferentes campos de la física con un alto potencial tecnológico como son los cristales fotónicos no lineales o los condensados de Bose-Einstein. En este contexto se ha realizado un enorme esfuerzo en desarrollar herramientas numéricas para el cálculo de los estados estacionarios o solitones de las ecuaciones no lineales que rigen su dinámica [1, 2, 3, 4, 5, 6]. A pesar de que la simetría juega un papel fundamental en la existencia de dichas soluciones y determina completamente sus propiedades [7, 8], no se ha incorporado como herramienta de optimización en dichos métodos.

En esta dirección hemos desarrollado el *Método de autoconsistencia grupal* [9] que hace un uso extensivo de las propiedades de simetría de las soluciones que se deducen de la aplicación directa de la teoría de grupos a la ecuación no lineal. En dicho método las propiedades de simetría de la solución se fijan a priori y utiliza un dominio computacional reducido que viene determinado por el orden de simetría del sistema. En esta contribución presentamos la generalización de dicho método a cualquier orden de simetría tanto para sistemas con periodicidad como aperiódicos (cuasicristales) y mostramos cómo obtener de manera sistemática una amplia variedad de soluciones diferenciadas por sus propiedades de simetría.

Bibliografía

- [1] M.L. Chiofalo, S.Succi y M.P. Tosi, *Ground state of trapped interacting Bose-Einstein condensates by an explicit imaginary-time algorithm*, Phys. Rev. E **62** (2000) 7438–7444.
- [2] M. Ablowitz y Z. Musslimani, *Spectral renormalization method for computing self-localized solutions to nonlinear systems*, Opt. Lett. **30** (2005) 2140–2142.
- [3] A. Snyder, D. Mitchell, L. Poladian y F. Ladouceur, *Self-induced optical fibers: Spatial solitary waves*, Opt. Lett. **16** (1991) 21–23.
- [4] W. Bao y Q. Du, *Computing the ground state of the BEC via normalized gradient flow*, SIAM J. Sci. Comput. **25** (2004) 1674–1697.
- [5] J. García-Ripoll y V. Perez-García, *Optimizing Schrodinger functionals using Sobolev gradients: Applications to quantum mechanics and nonlinear optics*, SIAM J. Sci. Comput. **23** (2001) 1315–1333.
- [6] J. Yang y T. Lakoba, *Universally-convergent squared-operator iteration methods for solitary waves in general nonlinear wave equations*, Stud. Appl.Math. **118** (2007) 153–197.
- [7] A. Ferrando, M. Zacarés, P. Andrés, P. Fernández de Córdoba y J. Monsoriu, *Nodal solitons and the nonlinear breaking of discrete symmetry*, Opt. Express **13** (2005) 1072–1078.

- [8] A. Ferrando, M. Zacarés y M. García-March, *Vorticity cutoff in nonlinear photonic crystals*, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 043901.
- [9] M. Zacarés, M. Arevalillo-Herráez y S. Abraham, *A group-theory method to find stationary states in nonlinear discrete symmetry systems*, Comp. Phys. Comm. **181** (2010) 35–42.

Atractores en derivadas parciales

Pullback attractors for non-autonomous reaction-diffusion equations without uniqueness of solutions in some unbounded domains

María Anguiano*, Tomás Caraballo, José Real

Universidad de Sevilla
Dpto. Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, c/Tarfia s/n, 1160 Sevilla, Spain
email: anguiano@us.es, caraball@us.es, jreal@us.es

José Valero

Universidad Miguel Hernández
Dpto. Estadística y Matemática Aplicada, Avda. de la Universidad s/n, ES03202 Elche, Spain
email: jvalero@umh.es

ABSTRACT

Several aspects of reaction-diffusion equations are being analyzed over the last years, particularly, their asymptotic behaviour.

The study of reaction-diffusion equations without uniqueness of solutions in a bounded domain in the autonomous case, or in the non-autonomous one but with strong uniformity properties on the time-dependent terms, can be found for instance in [2], [3], [4], [5].

Our aim is to consider a more general problem: a reaction-diffusion equation in an unbounded domain, with a continuous nonlinearity and a non-autonomous forcing term with values in the space H^{-1} which does not have uniqueness of solutions.

We will use the pullback theory for multi-valued non-autonomous dynamical systems, since this allows for more generality in the non-autonomous terms, to prove the existence of a pullback attractor for our problem.

Bibliography

- [1] T. Caraballo, G. Lukaszewicz & J. Real, *Pullback attractors for asymptotically compact non-autonomous dynamical systems*, *Nonlinear Anal.*, **64** (2006), 484-498.
- [2] G. Iovane and A.V. Kapustyan, *Global attractor for impulsive reaction-diffusion equation*, *Nonlinear Oscillations*, **8** (2005), 318-328.
- [3] A.V. Kapustyan, *Global attractors of a nonautonomous reaction-diffusion equation*, *Diff. Uravneniya*, **38** (2002), 1378-1381 (English translation in *Differential Equations*, **38** (2002), 1467-1471).
- [4] R. Rossi, A. Segatti and U. Stefanelli, *Attractors for gradient flows of non convex functionals and applications*, *Arch. Rational Mech. Anal.*, **187** (2008), 91-135.
- [5] J. Valero, *Attractors of parabolic equations without uniqueness*, *J. Dynamics Differential Equations*, **13** (2001), 711-744.

Ecuaciones de Navier-Stokes Globalmente Modificadas con retardo infinito

Pedro Marín Rubio¹, Antonio Miguel Márquez Durán^{*,1,2}, José Real Anguas¹

¹Universidad de Sevilla

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico
Apdo. Correos 1160, 41080 Sevilla, España

²Universidad Pablo de Olavide

Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica
Ctra. de Utrera, Km. 1- 41013 Sevilla, España

emails: pmr@us.es, ammardur@upo.es, jreal@us.es

RESUMEN

La unicidad de solución para las ecuaciones de Navier-Stokes en dimensión tres es un conocido problema abierto. Para debilitar los efectos de la no-linealidad, se han considerado distintas modificaciones apropiadas de estas ecuaciones. Una de estas versiones ha sido propuesta recientemente en Caraballo, Kloeden y Real [1], con el objetivo de estudiar el comportamiento asintótico de las soluciones (Kloeden, Langa y Real [2], ver también [3]).

En el presente trabajo nos interesamos por el caso en el que en este nuevo sistema aparecen términos que contienen retardos infinitos (véase [4] para el caso de retardo finito):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} - \nu \Delta u + F_N(\|u\|)[(u \cdot \nabla)u] + \nabla p = f(t) + g(t, u_t) \quad \text{en } (\tau, T) \times \Omega, \\ \nabla \cdot u = 0 \quad \text{en } (\tau, T) \times \Omega, \\ u = 0 \quad \text{sobre } (\tau, T) \times \Gamma, \\ u(\tau + s, x) = \phi(s, x), \quad s \in (-\infty, 0], \quad x \in \Omega, \end{array} \right. \quad (1)$$

siendo $F_N(r) := \min\{1, N/r\}$, para $r \in [0, +\infty)$.

Demostramos existencia y unicidad de soluciones fuertes, analizamos el problema estacionario y, en este sentido, bajo convenientes condiciones adicionales, demostramos decaimiento exponencial global de las soluciones del problema de evolución a la solución estacionaria.

Bibliografía

- [1] T. Caraballo, P.E. Kloeden and J. Real, *Unique strong solutions and V-attractors of a three dimensional system of Globally Modified Navier-Stokes equations*, *Advanced Nonlinear Studies* **6** (2006), 411-436.
- [2] P.E. Kloeden, J.A. Langa and J. Real, *Pullback V-attractors of the 3-dimensional globally modified Navier-Stokes equations*, *Commun. Pure Appl. Anal.* **6** (2007), no. 4, 937-955.
- [3] P. E. Kloeden, P. Marín-Rubio, and J. Real, *Equivalence of Invariant measures and Stationary Statistical solutions for the autonomous globally modified Navier-Stokes equations*, *Commun. Pure Appl. Anal.* **8** (2009), 785-802.
- [4] T. Caraballo, A. M. Márquez-Durán, and J. Real, *Three dimensional system of globally modified Navier-Stokes equations with delay*, por aparecer en *Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg.*

Propiedades cualitativas de una aproximación en diferencias de un modelo de un fluido no newtoniano

F. Morillas Jurado*, J. Valero

Universidad de Valencia
 Depto. de Economía Aplicada, 46022 València, España
 email: francisco.morillas@uv.es

RESUMEN

Este trabajo está basado en la discretización del modelo propuesto por Hëbraud y Lequeux [1] que modeliza un fluido no newtoniano y cuyo comportamineto asintótico ha sido posteriormente estudiado en [2]. En particular, la ecuación analizada es

$$\partial_t p - D(p(t)) \partial_{\sigma\sigma}^2 p + \frac{1}{T_0} \chi_{\mathbb{R} \setminus [-1,1]}(\sigma) p = \frac{D(p(t))}{\alpha} \delta_0(\sigma),$$

con $p \geq 0$, $p(0, \sigma) = p^0(\sigma)$, $D(p(t)) = \frac{\alpha}{T_0} \int_{|\sigma| > 1} p(t, \sigma) d\sigma$, $\chi_{\mathbb{R} \setminus [-1,1]}$ es la función característica del intervalo $\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$, y $\delta_0(\sigma)$ es la delta de Dirac.

En [3] discretizamos dicho modelo obteniendo un sistema de infinitas ecuaciones diferenciales ordinarias dado por

$$\partial_t p_i - D_h(p(t)) A_h p_i + \frac{1}{T_0} \chi_{\mathbb{Z} \setminus [-2n_1, 2n_1]}(p_i) = \delta_{0,h}(i), \quad i \in \mathbb{Z},$$

donde $A_h p_i := \frac{p_{i+2} - 2p_i + p_{i-2}}{(2h)^2}$, $D_h(p(t)) := \frac{\alpha}{T_0} \frac{h}{3} \left(\sum_{|k| \geq n_1} 4p_{2k+1} + \sum_{|k| > n_1} 2p_{2k} - 4p_{-2n_1+1} \right)$, $\delta_{0,h}(i) = \frac{1}{2hn_c^3} (3i^2 - 6n_c i + 3n_c^2)$ si $i \in]-n_c, 0]$ y $\delta_{0,h}(i) = \frac{1}{2hn_c^3} (3i^2 + 6n_c i + 3n_c^2)$ si $i \in [0, n_c[$.

En un trabajo previo para este modelo obtuvimos la existencia de solución del sistema y probamos la existencia de un atractor global compacto para el sistema de infinitas ecuaciones diferenciales escalares. Además, demostramos la semicontinuidad superior del atractor con respecto a los atractores obtenidos mediante la aproximación finito-dimensional (espacial) del sistema así como la semicontinuidad superior del atractor con respecto a los atractores obtenidos mediante la aproximación por el método implícito de Euler del sistema finito-dimensional (espacio-temporal).

Con la finalidad de aumentar nuestro conocimiento acerca de las propiedades de las soluciones de esta ecuación, en este trabajo analizamos algunas propiedades cualitativas que verifican los puntos fijos del sistema discretizado.

Es interesante volver a señalar la importancia de fenómenos en los cuales interviene un fluido complejo, como por ejemplo suspensiones concentradas de partículas (fabricación de cosméticos, farmacología, bioingeniería, electrónica y materiales ópticos). El análisis de dichos fluidos es sensiblemente más complicado que el de los fluidos usuales, o newtonianos, debido a que suelen intervenir discontinuidades y no linealidades en los modelos considerados.

Bibliografía

- [1] P. Hébraud y F. Lequeux, *Mode coupling theory for the pasty rheology of soft glassy materials*, Phys. Rev. Letters **81** (1998), 2934-2937.
- [2] J. Valero, J. M. Amigó, I. Catto y A. Giménez, *Attractors for a non-linear parabolic equation modelling suspension flows*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Series B, **11** (2009), 205-231.
- [3] J. M. Amigó, A. Giménez, F.G. Morillas y J. Valero, *Attractors for a lattice dynamical system generated by non-newtonian fluids modelling suspensions*, Internat. J. Bifur. Chaos (en prensa).

Forward and pullback attraction for non-autonomous dynamical systems

Tomás Caraballo, Alexandre N. Carvalho, José A. Langa, Felipe Rivero*

Universidad de Sevilla
Departamento E.D.A.N., Facultad de Matemáticas, Apdo. Correos 1160, 41080 Sevilla, España
email: lfeliperiverog@us.es

ABSTRACT

Non-autonomous dynamical systems show two different dynamics which usually are not related. In the framework of autonomous dynamical systems, where those two dynamics are the same, the concept of global attractor plays an important role in the study of their asymptotic behaviour. However, in the non-autonomous context, it is necessary to extend this theory for evolution processes and pullback attractors. Our aim is to show examples where the pullback attractor possesses two dynamics inside, although it is not necessary a uniform attractor, more precisely, for a non-linear damped wave equation where the damping term depends on time

$$u_{tt} + \beta(t)u_t = \Delta u + f(u),$$

in a smooth bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ with Dirichlet boundary conditions, where f is a dissipative smooth nonlinearity and $\beta : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ is a suitable function.

Bibliography

- [1] A. B. Babin, M.I. Vishik, *Attractors of evolution equations*. North Holland (1992).
- [2] T. Caraballo, A.N. Carvalho, J.A. Langa, F. Rivero. *Existence of pullback attractor in pullback asymptotically compact process*. *Nonlinear Analysis*, 72, 1967–1976 (2010).
- [3] T. Caraballo, A.N. Carvalho, J.A. Langa, F. Rivero. *A gradient-like non-autonomous evolution process*. Preprint.
- [4] J. K. Hale, *Asymptotic Behavior of Dissipative System*. American Mathematical Society (1989).
- [5] D. Henry, *Geometry Theory of Semilinear Parabolic Equations*, Springer-Verlag (1981).
- [6] F. Rivero, *Forward and pullback attraction on pullback attractors*. Preprint.

Sobre la ecuación de Navier-Stokes con retardo infinito

José Valero*, Pedro Marín-Rubio, José Real

Universidad Miguel Hernández de Elche
Centro de Investigación Operativa, 03202 Elche, Alicante, España
email: jvalero@umh.es

RESUMEN

En este trabajo probamos la existencia de soluciones para la ecuación bi-dimensional de Navier-Stokes con una fuerza externa que depende de un retardo infinito. Para obtener este resultado se utiliza un espacio con pesos adecuado. Además, obtenemos, bajo ciertas condiciones, la existencia y unicidad de la solución estacionaria, así como la convergencia exponencial de las soluciones del problema de evolución a esta solución estacionaria.

Finalmente estudiamos el comportamiento asintótico de las soluciones del sistema. En particular, considerando la ecuación no autónoma, probamos la existencia de un atractor de tipo "pullback", así como la conexión de cada componente del atractor. La propiedad de atracción es considerada en dos situaciones diferentes. En el primer caso el atractor atrae sólo conjuntos acotados del espacio de fases. En el segundo caso (más general) atrae a familias de conjuntos temperados (es decir, familias de conjuntos que satisfacen ciertas condiciones de crecimiento).

Bifurcaciones y sistemas perturbados

Perturbaciones integrables de sistemas de Hénon-Heiles

A. Blasco*, A. Ballesteros

Universidad de Burgos
Departamento de Física, 09001 Burgos, España
email: ablasco@ubu.es - URL: <http://www.ubu.es/sidnam>

RESUMEN

Es conocido que en la familia biparamétrica de hamiltonianos bidimensionales de tipo Hénon-Heiles [1]

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + \delta q_1^2 + (\delta + \Omega) q_2^2 + \alpha (q_1^2 q_2 + \beta q_2^3)$$

los únicos casos integrables se caracterizan por los parámetros (véase [2]):

- a) $\beta = 1/3$ y $\Omega = 0$,
- b) $\beta = 2$ y Ω ,
- c) $\beta = 16/3$ y $\Omega = 15\delta$.

A este respecto, conviene recordar que sólo en el segundo caso la integral adicional es cuadrática en los momentos, mientras que en los otros dos es cuártica. Así mismo, se conoce un cierto número de deformaciones integrables de estos tres sistemas, entre las que destaca la posibilidad de añadir a cualquiera de los tres casos un término de tipo ‘Rosochatius’ en la forma b_1/q_1^2 [3].

En esta contribución se muestra cómo los tres sistemas anteriores y todas sus perturbaciones integrables conocidas pueden considerarse como hamiltonianos definidos sobre la (co)álgebra de Poisson $sl(2) \oplus h_3$. Usando esta simetría [4, 5], presentamos generalizaciones integrables axialmente simétricas y N -dimensionales de todos estos hamiltonianos, incluyendo la forma explícita de sus integrales del movimiento [6, 7].

Bibliografía

- [1] M. Hénon y C. Heiles, *The applicability of the third integral of motion: some numerical experiments*, Astron. J. **69** (1964), 73.
- [2] J. Hietarinta, *Integrable families of Hénon-Heiles-type hamiltonians and a new duality*, Phys. Rev. A **28** (1983), 3670.
- [3] A.N.W. Hone, V. Novikov y C. Verhoeven, *An extended Hénon-Heiles system*, Phys. Lett. A **372** (2008), 1440.
- [4] A. Ballesteros y O. Ragnisco, *A systematic construction of completely integrable Hamiltonians from coalgebras*, J. Phys. A: Math. Gen. **31** (1998), 3791.
- [5] A. Ballesteros, A. Blasco, F.J. Herranz, F. Musso y O. Ragnisco, *(Super)integrability from coalgebra symmetry: formalism and applications*, J. Phys: Conf. Ser. **175** (2009), 012004.
- [6] A. Blasco, *Integrabilidad de sistemas no lineales hamiltonianos en N -dimensiones*, Tesis Doctoral, Universidad de Burgos (2009).
- [7] A. Ballesteros y A. Blasco, *Integrable Hénon-Heiles systems: an algebraic approach*, en preparación (2010).

Análisis triparamétrico del sistema de Rössler

F. Blesa*

Universidad de Zaragoza
Departamento de Física Aplicada, Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza, España
email: fblesa@unizar.es - URL: <http://gme.unizar.es>

R. Barrio, S. Serrano

Universidad de Zaragoza
Departamento de Matemática Aplicada, Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza, España
email: {rbarrio,sserrano}@unizar.es - URL: <http://gme.unizar.es>

RESUMEN

En esta comunicación estudiamos distintos aspectos del conocido modelo de Rössler [1]. Para realizar nuestros cálculos hemos utilizado TIDES [2], que es un integrador basado en el método de series de Taylor que hemos desarrollado recientemente. Primero presentamos un estudio detallado de las bifurcaciones locales y globales de codimensión 1 y 2 de ciclos límite [3], lo que nos proporciona una idea global de la evolución triparamétrica del sistema. A continuación estudiamos las regiones de parámetros donde podemos esperar un comportamiento caótico empleando un indicador de caos [4]. Una vez conocidas tanto las bifurcaciones como las regiones caóticas, procedemos a combinar ambas técnicas, lo que nos permite encontrar distintas rutas al caos y diversos tipos de atractores caóticos, para los cuales mostramos sus plantillas topológicas. Por último, estudiamos las bifurcaciones de órbitas homoclínicas que crean infinitas series de bifurcaciones de ciclos límite que configuran la evolución global del sistema.

Bibliografía

- [1] O. E. Rössler, *An equation for continuous chaos*, Phys. Lett. A **57** (5) (1976), 397–398.
- [2] A. Abad, R. Barrio, F. Blesa y M. Rodríguez, *TIDES: a Taylor Integrator for Differential Equations*, Preprint (2009). <http://gme.unizar.es/software/tides>
- [3] R. Barrio, F. Blesa y S. Serrano, *Qualitative analysis of the Rössler equations: Bifurcations of limit cycles and chaotic attractors*, Phys. D **238** (2009), 1087–1100.
- [4] R. Barrio, *Painting chaos: a gallery of sensitivity plots of classical problems*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. **16** (10) (2006), 2777–2798.

Nonlinear σ -Models: Discretization and Perturbative Solutions

V. Aldaya, M. Calixto*, F.F. López-Ruiz, E. Pérez-Romero

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena,
Paseo Alfonso XIII 56, 30203 Cartagena, Spain

Instituto de Astrofísica de Andalucía (IAA-CSIC), Apart. Postal 3004, 18080 Granada, Spain
email: Manuel.Calixto@upct.es

ABSTRACT

The Non-Linear Sigma Model (NLSM) is related to a great number of physical systems [1]. It was originally introduced to describe pion dynamics in the theory of strong nuclear interactions. From an abstract (mathematical) point of view, a NLSM consists of a set of coupled scalar fields $\varphi^a(x^\mu)$, $a = 1, \dots, N$, in a D -dimensional (Minkowski) spacetime M with coordinates x^μ , $\mu = 0, 1, 2, \dots, D - 1$, and the action integral (we use the Einstein summation convention)

$$S_\sigma(\varphi, \partial_\mu \varphi) = \int_M \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi) d^D x = \frac{\lambda}{2} \int_M g_{ab}(\varphi) \partial^\mu \varphi^a \partial_\mu \varphi^b d^D x, \quad (1)$$

where $\partial^\mu = \eta^{\mu\nu} \partial_\nu$, $\partial_\nu = \partial/\partial x^\nu$, $\eta = \text{diag}(+, -, \dots, -)$ is the Minkowski metric and λ a coupling constant. The field theory (??) is called the NLSM with metric $g_{ab}(\varphi)$ (usually a positive-definite field-dependent matrix). The fields φ^a themselves can also be considered as the coordinates of an internal Riemannian (target) manifold Σ with metric g_{ab} . This model proved to be relevant in String Theory where g_{ab} is the Einstein metric and M is a two-dimensional manifold named “worldsheet”. An interesting case for us is that in which Σ is a (semisimple) Lie group manifold G or a quotient (coset) space G/H by a closed subgroup H [2]. Here we shall focus on the particular case of N -dimensional spheres $\Sigma = S^N = SO(N+1)/SO(N)$, where the nonlinear Lagrangian in (??) can be obtained from the quadratic one

$$\mathcal{L}(\vec{\phi}, \partial_\mu \vec{\phi}) = \frac{1}{2} \partial_\mu \vec{\phi} \cdot \partial^\mu \vec{\phi}, \quad \vec{\phi} = (\phi^1, \dots, \phi^{N+1}) \in \mathbb{R}^{N+1}, \quad (2)$$

with the constraint $\vec{\phi}^2 = R^2 = \text{constant}$ and $\vec{\varphi} = (\varphi^1, \dots, \varphi^N)$ the stereographic projection of $\vec{\phi}$ on \mathbb{R}^N . Using Lagrange multipliers, the Euler-Lagrange equations of motion can be cast as:

$$\square \vec{\phi} = \frac{\square \vec{\phi} \cdot \vec{\phi}}{\vec{\phi}^2} \vec{\phi}, \quad \vec{\phi}^2 = R^2, \quad (3)$$

where $\square = \partial_\mu \partial^\mu$ denotes the d'Alembertian or wave operator. For $D = 1$, the equations of motion (??) reproduce the dynamics of a point particle moving on S^N . For $N = 3$, the discretization of (??) is equivalent to a $(D - 1)$ -dimensional lattice model of coupled rotators connected by springs. The case $D = 2$ is integrable since one is able to find an infinite number of conserved quantities closing a Kac-Moody Lie algebra [1]. The case $N = 1$ is equivalent to a linear (wave-like) system and is also exactly solvable. For other cases, we present a perturbative approach to the solution.

Bibliography

- [1] S.V. Ketov, *Quantum Non-linear Sigma-Models*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2000).
- [2] V. Aldaya, M. Calixto, F.F. López-Ruiz and E. Sánchez-Sastre, *Journal of Nonlinear Mathematical Physics* **15** (2008) 91–101. arXiv:0809.2077

On rectilinear solutions in Hamiltonian flows with homogeneous potentials

Francisco Crespo* & Sebastián Ferrer

Universidad de Murcia

Departamento de Matemática Aplicada, Campus de Espinardo, 30071 Murcia, España
email: francisco.crespo@um.es - sferrer@um.es

ABSTRACT

Among the different features to study in the analysis of the global flow of a Hamiltonian differential system, the existence of rectilinear solutions plays a crucial role. In this work, by using a recent theorem from Howard and Meiss, we study in a systematic way the search for those special solutions focusing on homogeneous Hamiltonians with symmetries. Several examples will be provided such as the Van der Waals family in 4-DOF, the Stark-Zeeman effect and the 3-DOF Hénon-Heiles family.

Bifurcación de Hopf en el Infinito para Sistemas Lineales a Trozos Tridimensionales.

Victoriano Carmona Centeno, Soledad Fernández García* y Emilio Freire Macías

Escuela Técnica Superior de Ingenieros

Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla

{vcarmona, soledad, efrem}@us.es

RESUMEN

En esta comunicación presentamos una estrategia para detectar órbitas periódicas que provienen del infinito en una clase de sistemas tridimensionales lineales a trozos con dos zonas.

Se analizarán sistemas tridimensionales lineales a trozos observables, cuyas matrices de coeficientes poseen un par de autovalores complejos conjugados. Estos sistemas podrán escribirse, cuando los autovalores reales tengan el mismo signo, como perturbación de sistemas no controlables que poseen un continuo no acotado de órbitas periódicas.

La técnica consiste en construir una función real de variable real que nos permite identificar las órbitas periódicas del continuo que permanecen tras la perturbación [1]. Con esta función se pueden dar resultados de existencia y estabilidad de órbitas periódicas, así como establecerse criterios para la obtención de bifurcaciones silla-nodo de órbitas periódicas [2]. Por último, describiremos situaciones en las que alguna de las órbitas periódicas que sobrevive explota desde el infinito [3].

Bibliografía

- [1] T.R. Blows y L.M. Perko, *Bifurcation of Limit Cycles from Centers and Separatrix Cycles of Planar Analytic Systems*, SIAM Rev. **36**, **3** (1994), 341-376.
- [2] E. Freire, E. Ponce y J. Ros, *A Biparametric Bifurcation in 3D Continuous Piecewise Linear Systems with two zones. Application to Chua's Circuit*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. **17**, **2** (2007), 445-457.
- [3] J. Llibre Y E. Ponce, *Bifurcations of Periodic Orbit from Infinity in Planar Piecewise Linear Vector Fields*, Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. **36** (1999), 623-653.

Dinámica discreta

Dinámica de sistemas dinámicos discretos alternados

Jose S. Cánovas*

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística,
E. T. S. I. Industriales, 30202 Cartagena, España
email: jose.canovas@upct.es - URL: <http://www.dmae.upct.es/jose/>

RESUMEN

Dados n sistemas dinámicos discretos (X, f_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, donde X es un espacio métrico compacto y $f_i : X \rightarrow X$ son funciones continuas, se estudian diversos problemas que se generan a partir de la iteración alternada de las funciones f_i . Se verá cómo la complejidad o simplicidad dinámica de los sistemas originales no tiene por qué implicar propiedades dinámicas equivalentes para el sistema resultante, y se darán condiciones necesarias para las que este fenómeno no puede producirse.

Consideraciones sobre la ecuación en diferencias $x_{n+1} = \frac{1}{x_{n-2} + x_n}$

Francisco Balibrea Gallego, Antonio Cascales Vicente *

Departamento de Matemáticas
Facultad de Matemáticas
Campus de Espinardo, 30100 Murcia
e-mail: balibrea@um.es, antoniocascales@yahoo.es

RESUMEN

Presentamos una demostración por métodos directos de que la solución de la ecuación en diferencias $x_{n+1} = \frac{1}{x_{n-2} + x_n}$ de valores iniciales $x_{-2} = x_{-1} = x_0 = 1$ asintóticamente dos periódica. Se responde así a una conjetura planteada por E. Camouzis y G. Ladas en [1]. Además se pide encontrar una caracterización de las cuencas de atracción de las órbitas periódicas, determinar el buen conjunto de la ecuación y describir la dinámica en tal conjunto de la misma. Se presenta igualmente, algunas generalizaciones y estimaciones sobre tales cuestiones.

Comenzamos recordando la demostración ya conocida del carácter asintóticamente dos periódico de la ecuación y presentamos el comportamiento particular de la convergencia en el caso $x_{-2} = x_{-1} = x_0 = 1$. Tras analizar algunas generalizaciones de la técnica empleada, damos una caracterización del conjunto de condiciones iniciales positivas para las que la órbitas resultantes sean convergentes. Finalmente, hacemos estimaciones gráficas del comportamiento de la ecuación en el subespacio de condiciones iniciales $\{(x_{-2}, x_{-1}, x_0) : x_{-2} = x_0\} \subset \mathbb{R}^3$ que nos conduce a plantear algunas conjeturas.

Bibliografía

- [1] Camouzis E. and Ladas, G. *Dynamics of third-order rational difference equations with open problems and conjectures*, Advance in Discrete Mathematics and Applications, Volume 5, Chapman-Hall/CRC (2008).

Fractal Sets surrounded by Multifractal Distributions: A Theorem and Applications

Miguel Ángel Martín^{*,a}, Miguel Reyes^b

Universidad Politécnica de Madrid

^a Departamento de Matemática Aplicada, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos, 28040 Madrid, España. email: miguelangel.martin@upm.es

^b Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Informática, Campus de Montegancedo s/n, 28660 Boadilla del Monte, Madrid, España. email: mreyes@fi.upm.es

ABSTRACT

In a large number of scenarios of different scientific fields, objects of regions with irregular borders appear surrounded by phases or media in which a high variability in the concentration of some constituents is a main ingredient. Such is the case of diffusion fronts in chemical reactions, wetting fronts in unsaturated soil and porous media, percolation boundaries, river basins, tumor growth, etc. The mass of such constituents near the border should influence the interplay between phases and thus its estimation becomes imperative. This ubiquitous situation where an irregular geometric structure appear surrounded by a highly heterogeneous distribution suggest to be modelized and handled by Fractal Geometry tools. Above stimulating picture motivated this mathematical research.

We obtain the following result:

Let μ be a multifractal distribution supported in a closed set $S \subset \mathbb{R}^n$ of positive n -dimensional Lebesgue measure and let A be a fractal set of Minkowsky dimension equal to D and such that $A \subset S$. Suppose further that $f(\alpha)$ is the multifractal spectrum of μ being α_0 the point where $f(\alpha)$ attains its maximum value. We show that the measure $\mu(A(\varepsilon))$ of the Minkowski sausage $A(\varepsilon) = \{x \in S : \text{dist}(A, x) < \varepsilon\}$ asymptotically behaves as $\varepsilon^{\alpha_0 - D}$.

Potential applications are also discussed.

Cálculo de soluciones casi-periódicas en un ordenador paralelo

Àngel Jorba, Montserrat Navarro*

Universitat de Barcelona
Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Gran Via, 585, 08007 Barcelona, España
email: angel@maia.ub.es, montse@maia.ub.es

RESUMEN

Consideremos un sistema dinámico discreto que depende del tiempo de manera casi-periódica,

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= f(x, \theta), \\ \bar{\theta} &= \theta + \omega, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $\theta \in \mathbb{T}^r$ y f es un difeomorfismo suficientemente diferenciable (por ejemplo, analítico). Debido a la traslación en la variable θ , el sistema dinámico (??) no puede tener puntos fijos o periódicos. El objeto invariante más simple es un toro invariante parametrizado por el ángulo θ : diremos que (??) tiene un toro invariante de dimensión r y con vector de frecuencias ω si existe una aplicación inyectiva (suave) tal que

$$u(\theta + \omega) = f(u(\theta), \theta), \quad \forall \theta \in \mathbb{T}^r. \quad (2)$$

Este tipo de sistemas aparecen en diversas aplicaciones. Es muy común que el primer modelo para una situación física sea autónomo, y que sucesivas mejoras del modelo se escriban como perturbaciones que dependen del tiempo de manera periódica. Si los periodos son inconmensurables, entonces la perturbación resultante es casi-periódica y (tomando una sección de Poincaré si se trata de un flujo) el modelo es de la forma (??). Ejemplos clásicos pueden encontrarse en problemas de Mecánica Celeste.

En esta charla discutiremos el cálculo efectivo de dichos toros invariantes para un modelo del tipo (??), en el caso que $r \geq 2$. El proceso se basa en escribir la parametrización del toro como una serie de Fourier, imponer la condición de invariancia (??) y resolver las ecuaciones resultantes por un método de Newton. Debido al gran esfuerzo de computación requerido, discutiremos el uso de varios procesadores simultáneamente, mediante el uso de OpenMP.

En la presentación no impondremos ninguna condición sobre la reducibilidad del toro. El caso en que el toro es reducible ha sido estudiado en [1].

Bibliografía

- [1] À. Jorba y E. Olmedo, *On the computation of reducible invariant tori on a parallel computer*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. **8** (2009), 1382–1402.

Ecuaciones diferenciales

Centros en sistemas polinomiales casi-homogéneos planos

A. Algaba, N. Fuentes*, C. García

Universidad de Huelva
Departamento de Matemáticas, Campus de El Carmen, 21071 Huelva, España
email: natalia.fuentes@dmate.uhu.es

RESUMEN

En la teoría cualitativa de sistemas de ecuaciones diferenciales planos, uno de los principales problemas es el problema de centro-foco; es decir distinguir cuándo un punto singular es un foco o un centro. La clasificación de los centros para sistemas de ecuaciones diferenciales polinomiales comenzó con los trabajos de H. Dulac [5] y N.N. Bautin [4].

El interés de estudiar los centros de campos casi-homogéneos planos reside en que una condición necesaria para que una perturbación de un campo monodrómico de este tipo posea un centro en el origen es que el sistema no perturbado lo posea.

En esta línea encontramos el reciente trabajo de J. Llibre y C. Pessoa [6] donde se muestra una clasificación de estos centros hasta grado casi-homogéneo cuatro. En este artículo se amplía este estudio hasta grado casi-homogéneo cinco, caracterizando además la reversibilidad e integrabilidad de cada uno de los centros encontrados.

En nuestro estudio ha sido fundamental la descomposición de cualquier campo casi-homogéneo como suma de otros dos, uno hamiltoniano y otro cuya divergencia es la del campo inicial, (ver A. Algaba, E. Freire, E. Gamero y C. García [1]). Otras técnicas como la utilización de los residuos de una determinada función sobre los ceros de la función de Hamilton nos determinan la condición de centro y de centro integrable, (ver A. Algaba, C. García y M. Reyes [3]). Para caracterizar la reversibilidad utilizamos cambios de variables de grado cero, (ver A. Algaba, C. García y M.A. Teixeira [2]).

Bibliografía

- [1] A. Algaba, E. Freire, E. Gamero y C. García, *Monodromy, center-focus and integrability problem for quasi-homogeneous polynomial systems*, *Nonlinear Analysis*, **72** (2010), 1726–1736.
- [2] A. Algaba, C. García y M.A. Teixeira, *Reversal symmetries for planar vector fields*. Preprint: <http://www.uhu.es/dbmat/>
- [3] A. Algaba, C. García y M. Reyes, *Integrability of two dimensional quasi-homogeneous polynomial differential systems*. Aparecerá en *Rocky Mountain Journal of Mathematics*.
- [4] N.N. Bautin, *On the number of limit cycles which appear with the variation of coefficients from an equilibrium position of focus or center type*. *Mat.Sb.* **30** (1952), 181–196 ; *Amer. Math. Soc. Transl.* **100** (1954), 1–19.
- [5] H. Dulac, *Détermination e Integration d'une certain classe d'équations différentielles ayant par point singulier un centre*, *Bull. Sci. Math. Sér. (2)*, **32** (1908), 230–252.
- [6] J. Llibre y C. Pessoa, *On the centers of the weight-homogeneous polynomial vector fields on the plane*. *J. Math. Anal. Appl.* **359** (2009), 722–730.

Aplicación del transporte de jets al cálculo de formas normales de difeomorfismos dependiendo de parámetros

A. Jorba, E.M. Pérez-Nuño*

Universitat de Barcelona
Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi. Gran Via 585, 08007 Barcelona
E-mail: evampn@maia.ub.es

RESUMEN

Dado un problema de valor inicial para una ecuación diferencial ordinaria, la técnica de transporte de jets permite obtener las derivadas del flujo del sistema respecto a la condición inicial sin necesidad de integrar ecuaciones variacionales. Esta técnica consiste en ampliar el espacio de fase del sistema dinámico de manera que, además de un punto, se propaguen las derivadas del flujo en el punto respecto a la condición inicial.

A nivel de implementación, el transporte de jets requiere un manipulador algebraico eficiente y un integrador numérico adecuado a cada problema. En la literatura ([2] y [1]), hay resultados bastante recientes de combinación de transporte de jets con integradores de Taylor. En esta presentación mostraremos la aplicación de esta técnica, además de a estos integradores, a métodos simplécticos de orden bajo como el método de Leapfrog y también a un integrador Runge-Kutta Fehlberg 7(8).

A continuación mostraremos la aplicación del transporte de jets al cálculo de formas normales de difeomorfismos, en un ejemplo sencillo: el cálculo de la forma normal alrededor de los puntos hiperbólicos y elípticos del flujo a tiempo T de un péndulo perturbado periódicamente. Seguidamente analizaremos los efectos de considerar la dependencia de la expresión de la forma normal respecto al parámetro de perturbación.

Bibliografía

- [1] E. M. Alessi, A. Farrés, À. Jorba, C. Simó, A. Viero, *Efficient Usage of Self Validated Integrators for Space Applications. Final Report*. Contract Number 20783/07/NL/CB (Ariadna ID: 07/5202). European Space Agency, 2008.
- [2] K. Makino, M. Berz, *Suppression of the wrapping effect by Taylor model-based verified integrators: long-term stabilization by preconditioning*. Int. J. Differ. Equ. Appl, **10(4)**, pp. 353-384, 2005.

Un algoritmo sencillo para determinar la monodromía de un punto singular de un sistema plano de ecuaciones diferenciales

A. Algaba, C. García, M. Reyes*

Universidad de Huelva
Departamento de Matemáticas, Campus de El Carmen, 21071 Huelva, España
email: colume@uhu.es

RESUMEN

Estamos interesados en el comportamiento de las trayectorias en un entorno de un punto singular de un sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales y, en particular, en determinar cuando un punto singular (sin pérdida de generalidad, podemos suponer éste como el origen) está rodeado de trayectorias del sistema (punto singular monodrómico). Si el sistema es analítico, un punto singular monodrómico sólo puede ser un centro o un foco. Por tanto, el problema de la monodromía es un paso previo para poder analizar el problema de centro.

Si los autovalores de la matriz de la parte lineal evaluada en el origen son imaginarios, o la matriz es nilpotente, este problema ha sido resuelto por Poincaré [7] y Andreev [2], respectivamente. Sin embargo, cuando la matriz citada es la matriz nula, sólo hay resultados parciales (Medvedeva [6], Gasull *et al.* [4], Mañosa [5], García *et al.* [3]).

La descomposición conservativa-disipativa de un campo vectorial casi homogéneo, véase [1], nos permite dar un nuevo criterio de monodromía. Este criterio está relacionado con los términos conservativos y disipativos asociados a los ejes y vértices del diagrama de Newton del campo vectorial.

Aplicamos nuestra técnica para resolver el problema de monodromía de varias familias.

Bibliografía

- [1] A. Algaba, E. Freire, E. Gamero, C. García, Monodromy, center-focus and integrability problems for quasi-homogeneous polynomial systems, *Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications* 72 (3-4) (2010) 1726–1736.
- [2] A. Andreev, Investigation of the behaviour of the integral curves of a system of two differential equations in the neighborhood of a singular point, *Transl. Amer. Math. Soc.* 8 (1958) 187–207.
- [3] I. García, J. Giné, M. Grau, A necessary condition in the monodromy problem for analytic differential equations on the plane, *Journal of Symbolic Computation* 41 (2006) 943–958.
- [4] A. Gasull, V. Mañosa, F. Mañosas, Monodromy and stability of a generic class of degenerate planar critical points, *J. Differential Equations* 182 (1) (2002) 169–190.
- [5] V. Mañosa, On the center problem for degenerate singular points of planar vector fields, *International Journal of Bifurcation and Chaos* 12 (4) (2002) 687–707.
- [6] N. B. Medvedeva, A monodromic criterion for a singular point of a vector field on the plane, *St. Peterbourg Math. J.* 13 (2) (2002) 253–268.
- [7] H. Poincaré, Mémoire sur les courbes définies par les équations différentielles, *J. de Mathématiques* 37 (1881) 375–422.

Soluciones periódicas de una ecuación singular

Manuel Zamora*, Pedro J. Torres, Robert Hakl

Universidad de Granada

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Granada, 18071 Granada, España
email: mzc0708@ugr.es - URL: <http://www.ugr.es/ecuadif/fuentenueva.htm>

RESUMEN

Nuestro objetivo es encontrar condiciones suficientes y necesarias para la existencia de soluciones periódicas-positivas de la familia de ecuaciones diferenciales de segundo orden, con término no lineal singular, y no autónomas

$$u''(t) = g(t)u^\delta(t) - \frac{i(t)}{u^\lambda(t)} - h(t)u^\lambda(t) \quad \text{para casi todo } t \in [0, \omega], \quad (1)$$

donde $g, i, h \in L([0, \omega]; \mathbb{R}_+)$, y $\lambda, \delta \in \mathbb{R}$. La motivación de este problema viene a raíz de encontrar soluciones positivas de la ecuación en derivadas parciales que modela la dinámica del radio de una burbuja en un fluido. De la literatura se conoce, que mediante un cambio a coordenadas polares, la ecuación anterior se reduce a una ecuación diferencial llamada: *Ecuación de Rayleigh-Plesset* [1, 2],

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[\left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu\dot{R}}{R} + P_\infty \right].$$

Los resultados publicados sobre existencia de soluciones periódicas-positivas de esta ecuación son todos de tipo numérico. Nosotros hacemos un cambio de variable que nos permite llegar, a una ecuación del tipo (??), donde $\delta < -1$ y $\lambda = \frac{1}{5}$. La importancia de encontrar soluciones periódicas para esta ecuación, la encontramos en las diferentes disciplinas científicas, de las cuales destacamos su aplicación a la medicina, concretamente en la eliminación de piedras del riñón sin necesidad de cirugía [3].

Bibliografía

- [1] F. Ronald Young, *Sonoluminescence*, CRC PRESS, USA, 1995.
- [2] J. P. Franc, *The Rayleigh-Plesset equation: A simple and powerful tool to understand various aspects of cavitation*, in *Fluid Dynamics of Cavitation and Cavitating Turbopumps*, Springer Vienna, 2008.
- [3] L. Howle, David G. Schaeffer, Michael Stearer, Pei Zhong, *Lithotripsy: The treatment of Kidney Stones with Shock waves*, SIAM REV. **40** No. 2 (1998), 356-371.

Mecánica celeste

Relative equilibria and stability for a gyrostat in a Newtonian force field

M. C. Balsas*, J. A. Vera, A. Viguera

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística,
Avenida Dr. Fleming s/n. 30202 Cartagena (Murcia), Spain
email: mdcbr1977@hotmail.com, juanantonio.vera@upct.es, antonio.viguera@upct.es

ABSTRACT

In this paper we consider the non-canonical Hamiltonian dynamics of a gyrostat with a fixed point in a Newtonian force field. By means of geometric-mechanics methods we study the relative equilibria for different approximations of the potential function. The Energy-Casimir method allows us to obtain sufficient conditions of stability for these equilibria. The obtained results generalize, in part, classical results and others preview papers of the authors. In particular, these results can be applied to the case of a triaxial gyrostat when the potential function is approximated by $U(3)$ and to other problems, as the problem of a rigid body or gyrostat into an incompressible fluid.

Bibliography

- [1] J. A. Casas and A. Viguera, *Stability of certain rotations of a gyrostat analogous to that of Lagrange and Poisson in a Newtonian force field*, Proceeding of the Fourth International Workshop on Positional Astronomy and Celestial Mechanics (1996), 129-136.
- [2] E. Leimanis, *The general problem of the motion of coupled rigid bodies about a fixed point*, Springer Verlag, Berlin, 1965.
- [3] J. P. Ortega and T. S. Ratiu, *Stability of hamiltonian relative equilibria*, Nonlinearity **12(3)** (1999), 693-720.
- [4] V. V. Rumiantsev, *On the stability of motion of gyrostats*, J. Appl. Math. Mech. (1961), 9-19.

Órbitas parabólicas en el problema de tres cuerpos restringido

A. De la Rosa*, Tere M. Seara, Amadeu Delshams

Universidad Politécnica de Cataluña
Departamento de Matemática Aplicada I, ETSEIB, 08028 Barcelona, España
email: abraham.de.la.rosa@upc.edu

RESUMEN

El problema clásico de tres cuerpos restringido (PTCR) estudia la dinámica de un cuerpo de masa despreciable que se mueve bajo la acción de los campos gravitacionales de otros dos cuerpos llamados primarios. Nosotros estamos interesados en el estudio de órbitas que escapan a infinito para después volver cerca de los primarios.

Para estudiar estas órbitas, escribiremos las ecuaciones del PTCR en coordenadas de McGehee ([MP94] y [McG73]). En estas coordenadas la variedad de infinito es una variedad normalmente hiperbólica. El objetivo de este trabajo es estudiar las variedades estable e inestable de infinito y en particular la escisión de éstas. Dicho estudio lo haremos calculando la distancia entre dichas variedades a primer orden, es decir mediante el cálculo de la función de Melnikov. Para el caso circular demostraremos que la estimación dada por la función de Melnikov es válida cuando el parámetro de masa es exponencialmente pequeño.

En el caso elíptico, estudiaremos la posibilidad de órbitas difusivas numéricamente.

Bibliografía

- [MP94] Regina Martínez and Conxita Pinyol, *Parabolic orbits in the elliptic restricted three body problem*, J. Differential Equations **111** (1994), no. 2, 299–339.
- [McG73] Richard McGehee, *A stable manifold theorem for degenerate fixed points with applications to celestial mechanics*, J. Differential Equations **14** (1973), 70–88.

Velas solares y órbitas halo

Ariadna Farrés *, Àngel Jorba

Universitat de Barcelona
Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi,
Gran Via de les Corts Catalanes 585, 08007 Barcelona, España
email: ari@maia.ub.es - angel@maia.ub.es

RESUMEN

Queremos estudiar el problema de controlar un satélite impulsado por una vela solar alrededor de una órbita periódica. Para modelar la dinámica de una vela solar usaremos el Problema Restringido de Tres Cuerpos (RTBP) tomando la Tierra y el Sol como primarios y añadiendo la presión de radiación solar. La fuerza que ejercerá la vela solar sobre el satélite dependerá de la orientación de la vela y de la efectividad de la misma.

Si consideramos que la vela está orientada perpendicular a la presión de radiación solar, se tienen propiedades dinámicas muy similares a las del RTBP. Igual que el RTBP, el nuevo modelo posee cinco puntos de equilibrio, que llamaremos SL_i ($i = 1, \dots, 5$), tres de los cuales son inestables y están situados en la línea que une a los dos primarios. Alrededor de estos puntos de equilibrio, también encontramos dos familias de órbitas periódicas inestables, una familia plana y otra vertical, y un conjunto de toros invariantes. Finalmente, a partir de un valor de la energía, encontramos órbitas de tipo Halo, muy usadas recientemente para diversas misiones espaciales.

La mayoría de estas órbitas periódicas son inestables, y por lo tanto requieren el uso de una estrategia de control para mantenerse cerca. Nuestro objetivo es usar herramientas de sistemas dinámicos para diseñar dichas estrategias. Nos centraremos especialmente en las órbitas de tipo Halo ya que son las que presentan unas propiedades más interesantes para futuras aplicaciones.

Nuestras estrategias se basan en entender la dinámica local alrededor de una órbita periódica y entender cómo ésta varía cuando variamos la orientación de la vela. La idea es usar la dinámica natural del problema para mantener la trayectoria cerca de la órbita periódica. Las ideas que usaremos son una extensión de trabajos previos de los autores [1,2], donde se estudiaba la controlabilidad de una vela solar alrededor de un punto de equilibrio.

Bibliografía

- [1] A. Farrés y À. Jorba, *A dynamical systems approach for the station keeping of a Solar Sail*, Journal of the Astronautical Science, **56:2** (2008), 199–230.
- [2] A. Farrés, À. Jorba, *Solar sail surfing along families of equilibrium points*, Acta Astronautica, **63** (2008), 249–257.

Equilibria and Linear Stability for a Gyrostat in the Hill Lunar Problem

E. S. Jiménez*, J. A. Vera, A. Viguera

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística,
Avenida Dr. Fleming s/n. 30202 Cartagena (Murcia), Spain
email: elena.jimenez@upct.es, juanantonio.vera@upct.es, antonio.viguera@upct.es

ABSTRACT

We consider the three-body problem in which a body is a gyrostat with infinitesimal mass, and the other two bodies are spherical rigid bodies or material points with finite masses. The problem is formulated by means of the Hamiltonian function. We obtain the collinear and triangular relative equilibria for this generalized planar restricted three-body problem and their linear stability regions are given. The Hill lunar problem is derived from the Hamiltonian of this restricted three-body problem, assuming that the small body moves very close to its earth and only on bound orbits.

Bibliography

- [1] A. P. Markeev, *The Libration points in Celestial Mechanics and Cosmic Dynamics*, Nauka, Moscow, 1978.
- [2] F. Mondéjar, A. Viguera and S. Ferrer, *Symmetries, reduction and relative equilibria for a gyrostat in the three-body problem*, *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* **81** (2001), 45-50.
- [3] J. A. Vera and A. Viguera, *Hamiltonian dynamics of a gyrostat in the n-body problem*, *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* **94** (2006), 289-315.
- [4] V. V. Vidiakin, *Euler solutions in the problem of translational-rotational motion of three rigid bodies*, *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* **16** (1977), 509-526.

Estudio topológico del sistema Kepleriano 3-dimensional en coordenadas polares nodales

Fco. Alejandro Soler Vera*, Sebastian Ferrer Martínez

Universidad de Murcia
Departamento de Matemática Aplicada, Campus de Espinardo, 30071 Murcia, España
email: fasoler@gmail.com

RESUMEN

Establecemos una clasificación de las familias de soluciones en función de los distintos valores de las integrales del movimiento, haciendo uso de las coordenadas polares nodales y de la aplicación Energía-Momento asociada al sistema de Kepler.

Se determinan las topologías de los conjuntos invariantes o niveles I_{hm} y I_{hmm_3} del espacio fásico, que son las antiimágenes a través de la aplicación Energía-Momento en el espacio fásico donde h , m y m_3 son integrales primeras.

Bibliografía

- [ADE] A. Abad, J. A. Docobo y A. Elipe., *Curso de Astronomía*, Colección Textos Docentes, Zaragoza, 2002.
- [Cid] R. Cid y J.F. Lahulla, *Perturbaciones de segundo orden y corto periodo para el movimiento de un satélite artificial en las variables de Hill*, Revista de ciencias de Zaragoza, **26**, 333-343, 1971.
- [Co] B. Cordani: *The Kepler Problem, Group Aspects, Regularization and Quantization, with an Application to the Study of Perturbations*, Birkhäuser, Basel, 2003.
- [D] A. Deprit, *The elimination de la parallax en satellite theory*, Celestial Mechanics, **24** 111-153, 1981.
- [DF] A. Deprit and S. Ferrer, *Note on Cid Radial Intermedity and the Method of Averaging*, Celestial Mechanics **40**, 335-344, 1987.
- [Fa] F. Fassò, *Superintegrable Hamiltonian Systems: Geometry and Perturbations*. Acta Applicandae Mathematicae, 93-121, 2005.
- [G] Goldstein, Poole, Safko, *Classical Mechanics*, Tercera Ed, 2002.
- [K] W. Kaplan, *Topology of the two body problem*. American Mathematical Monthly, **49**, 316-326, 1946.
- [LS] J. Llibre and Soler, *Global flow of the rotating Kepler problem*, Hamiltonian System and Celestial Mechanics, Advanced Series in Nonlinear Dynamics Vol.4 World Scientific, Singapore, 125-140, 1993.
- [O] J.P. Ortega y T. S.Ratiu, *Momentum Maps and Hamiltonian Reduction*,
- [Pa] J. Palacián, *Teoría del satélite artificial: Armónicos tesorales y su regulación mediante simplificaciones algebraicas*. Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza, 1992.
- [Pra] M. Pragana, *The foliation of the phase space for the 3-dimensional Kepler problem*. Tesis doctoral, Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Barcelona, 1998.

- [R] A.E.Roy *Orbital Motion*, Cuarta Ed, 2005.
- [S1] S. Smale, *Topology and mechanics, I*, Inventiones Math. **10**, 305-331, 1970.
- [S2] S. Smale, *Topology and mechanics, II*, The planar n-body problem, Inventiones Math. **11**, 45-64, 1970.

Métodos no lineales

Aplicación de la dinámica no lineal mediante redes neuronales recurrentes al estudio de la sistematicidad del lenguaje

Francisco José Calvo Garzón *

Departamento de Filosofía
Facultad de Filosofía
Campus de Espinardo, 30100 Murcia
e-mail: fjalvo@um.es

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es introducir la metodología de las neurosimulaciones mediante redes simples recurrentes (SRNs) en el campo de la psicolingüística con el fin de explorar líneas potenciales de colaboración multidisciplinarias en ciencia cognitiva a través de la aplicación de dinámicas no lineales al estudio del procesamiento del lenguaje.

La explicación del proceso de adquisición del lenguaje presenta un reto notable para una teoría no computacional como es la teoría de sistemas dinámicos (van Gelder, 1998). Desde una perspectiva tradicional computacionalista, el procesamiento del lenguaje implica, por un lado, la extracción de unidades léxicas cuyas posibilidades combinatorias queden restringidas por la aplicación de una serie de reglas gramaticales de formación. La *metáfora del ladrillo* refleja la estructura resultante; estructura en la que las unidades léxicas equivalen a los ladrillos que quedan unidos mediante reglas gramaticales (cemento). Es fácil imaginar una representación de la estructura resultante fruto de la violación de las reglas gramaticales de formación. Por el contrario, el dinamicismo en psicolingüística (Calvo, Laakso & Gomila, 2008) propone la hipótesis de que el procesamiento lingüístico se corresponde con la conducta de un sistema dinámico (Elman, 2009). Las redes neuronales recurrentes (SRNs) (Elman, 1990) permiten procesar la dimensión temporal del input lingüístico implícitamente a través del efecto que la arquitectura recurrente tiene en el procesamiento del lenguaje (fig. 2). A diferencia de la visión estática que identifica léxico/gramática con ladrillo/cemento, las unidades léxicas se corresponden con regiones del espacio de estados de un sistema dinámico. La gramática, a su vez, consiste en la dinámica de atracción y repulsión que gobierna las posibilidades de evolución en dicho espacio. El resultado es el desarrollo de representaciones distribuidas tanto del léxico como de las reglas gramaticales de formación (Laakso & Calvo, 2008). Mediante técnicas estadísticas de cluster analysis y principal components analysis (PCA) la dinámica interna del sistema a través de la cual emergen las categorías léxicas y gramaticales puede ser interpretada (figuras 3a y 3b). Sin embargo, la modelización de la segmentación del habla en unidades léxicas o del proceso de inducción de estructuras gramaticales mediante SRNs (Laakso & Calvo, submitted) sólo permite entender una parcela restringida del fenómeno lingüístico. La teoría de sistemas dinámicos debe en última instancia ser capaz de explicar la sistematicidad del lenguaje y del pensamiento (Fodor & Pylyshyn, 1988). La explicación ortodoxa de cómo podemos ser competentes en la producción/comprensión de estructuras lingüísticas relacionadas sistemáticamente (la competencia cognitiva con la estructura molecular *Juan quiere a María* conlleva una competencia paralela con la estructura *María quiere a Juan*) se basa en la preservación de constituyentes atómicos (los ladrillos: *Juan, María, etc.*); constituyentes que pueden ser combinados y recombinados mediante reglas para formar las distintas estructuras moleculares legales. La conducta sistemática representa un reto para los modelos dinámicos en la medida en que los constituyentes y reglas de formación se corresponden respectivamente con posiciones en el espacio interno del sistema

y con la propia dinámica que empuja al mismo hacia una solución gramatical u otra. Así, la estructura gramatical queda reflejada mediante la codificación de las propias variaciones gramaticales como desviaciones dinámicas de los patrones de activación relevantes en el espacio interno del sistema. De este modo, los constituyentes son ejemplares sintácticamente independientes. El constituyente *Juan* en la estructura molecular *Juan quiere a María* difiere del constituyente *Juan* en *María quiere a Juan* ya que la representación dinámica de los constituyentes depende de la evolución temporal del sistema, y esto queda reflejado en la representación espacial de los mismos (*Juan1 quiere a María1* vs. *Juan2 quiere a María2*). El resultado es la identificación de constituyentes y de reglas que son altamente idiosincrásicos, imposibilitando su combinación y recombinación (Calvo, 2000). A pesar de que algunos aspectos menos problemáticos relacionados con la sistematicidad ya han sido modelizados mediante SRNs (Elman, 1998), el reto de Fodor y Pylyshyn (1988) sigue vigente: ¿Cómo es posible explicar nuestra conducta sistemática mediante un sistema dinámico que no suponga una implementación de un modelo clásico; esto es, que no pase por la conversión de los estados y trayectorias internas en *ladrillos y cemento* con el fin de posibilitar la recombinación de los elementos atómicos en distintas estructuras moleculares?.

En mi opinión, nuevas técnicas de visualización de la dinámica interna del sistema permitirían generar predicciones novedosas más precisas con el fin último de hacer frente al reto de Fodor y Pylyshyn cuestionando los postulados computacionalistas sobre los que descansa (Calvo, 2008). Los resultados recientes en psicolingüística que expondré (Calvo & Laakso, submitted) pretenden arrojar luz sobre la necesidad de colaboración entre grupos de investigación en sistemas dinámicos y ciencia cognitiva con el fin de contrastar empíricamente las hipótesis clásicas y dinamicistas en psicolingüística.

Bibliografía

- [1] Calvo, F. (2000) A Connectionist Defence of the Inscrutability Thesis. *Mind and Language*, 15 (5), 465-480.
- [2] Calvo, F. (2008) Towards a General Theory of Antirepresentationalism. *The British Journal for the Philosophy of Science* 59(3), 259-292.
- [3] Calvo, F., Laakso, A. and Gomila, T. (eds.) (2008) Dynamics and Psychology. *New Ideas in Psychology* 26.
- [4] Calvo, F. and Laakso, A. (submitted) How many mechanisms are needed to analyze speech? A connectionist stimulation of structural rule learning in language acquisition
- [5] Elman, J.L. Finding structure in time. *Cognitive Science*, 14, 179-211.
- [6] Elman, J.L. (1995). Language as a dynamical system. In R. Port and T. van Gelder (Eds.), *Mind as Motion*. Cambridge, MA, MIT Press.
- [7] Elman, J.L. (1998). Generalization, simple recurrent networks, and the emergence of structure. In M.A. Gernsbacher and S.J. Derry (Eds.) Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Cognitive Science Society. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [8] Elman, J. L. (2009). On the meaning of words and dinosaur bones: Lexical knowledge without a lexicon. *Cognitive Science* 33, 1-36.
- [9] Fodor, J., and Pylyshyn, Z. (1988). Connectionism and cognitive architecture: A critical analysis. *Cognition*, 28, 3-71.

- [10] Laakso, A. and Calvo, F. (2008) A connectionist simulation of structural rule learning in language acquisition. In *B. C. Love, K. McRae and V. M. Sloutsky (Eds.)*, Proceedings of the 30th Annual Meeting of the Cognitive Science Society (pp. 709-714). Austin, TX, Cognitive Science Society.
- [11] van Gelder, T. (1998). The Dynamical Hypothesis in Cognitive Science. *Behavioral and Brain Sciences*, 21 (5), 615-28

Ventajas de las modulaciones basadas en caos en comunicaciones digitales

Francisco J. Escribano*, Luis López, Miguel A. F. Sanjuán

(F.J. Escribano) Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad de Alcalá de Henares 28871 Alcalá de Henares, Madrid, Spain
email: francisco.escribano@ieee.org

(L. López) Departamento de Sistemas Telemáticos y Computación
(M.A.F. Sanjuán) Departamento de Física
Universidad Rey Juan Carlos 28933 Móstoles, Madrid, Spain
email: {luis.lopez, miguel.sanjuán}@urjc.es

RESUMEN

Las comunicaciones digitales basadas en métodos extraídos de la teoría del caos o del campo de los estudios no lineales están experimentando un progresivo afianzamiento, desde unos inicios poco prometedores [1], hasta la propuesta y estudio en profundidad de entornos concretos donde ciertos tipos de modulaciones han demostrado producir resultados competitivos con los de los sistemas de comunicación en uso [2, 3, 4].

En particular, dicha mejora de expectativas está relacionada con la combinación de métodos propios de las comunicaciones digitales con esquemas de producción de muestras caóticas adaptados a la naturaleza digital de estos sistemas [3, 4]. Es más, como se ha podido mostrar en estos dos últimos trabajos, existe una ventaja potencial que surgiría de aprovechar las características que distinguen a este tipo de esquemas, es decir su *no uniformidad* y *no linealidad* intrínsecas, en contraste con lo que habitualmente se considera a la hora de diseñar y evaluar sistemas de comunicación estándar.

Bibliografía

- [1] F. J. Escribano, L. López, and M. A. F. Sanjuán, “Evaluation of Channel Coding and Decoding Algorithms Using Discrete Chaotic Maps,” *CHAOS*, vol. 16, pp. 103–119, March 2006.
- [2] F. J. Escribano, L. López, and M. A. F. Sanjuán, “Chaos Coded Modulations over Rayleigh and Rician Flat Fading Channels,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems—Part II: Express Briefs*, vol. 55, pp. 581–585, June 2008.
- [3] F. J. Escribano, S. Kozic, L. López, M. A. F. Sanjuán and M. Hasler, “Turbo-Like Structures for Chaos Coding and Decoding,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 57, pp. 597–601, March 2009.
- [4] F. J. Escribano, L. López, and M. A. F. Sanjuán, “Improving the Performance of Chaos-Based Modulations via Serial Concatenation,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems—Part I: Regular Papers*, vol. 57, pp. 448–459, February 2010.

¿Oscilaciones complejas?

R. Herrero¹, J. Rius², F. Pi², G. Orriols^{2,*}

¹ Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Física i Enginyeria Nuclear

² Universitat Autònoma de Barcelona. Departament de Física
email: gaspar.orriols@uab.es

RESUMEN

En 1944 Landau intentó explicar la transición a la turbulencia como una sucesión de inestabilidades oscilatorias que van generando la superposición de sucesivos modos de oscilación en una evolución quasiperiódica [1]. La superposición sería, en principio, lineal pero el resultado podría ser extraordinariamente complejo puesto que el número de modos podría ser ilimitado. Durante un tiempo se discutió sobre si dicho proceso podía constituir una ruta hacia el caos y se estableció que no sería así puesto que una evolución quasiperiódica, por compleja e irregular que llegase a ser, no tendría la sensibilidad a las condiciones iniciales propia del caos. Curiosamente, la puntilla al escenario de Landau se la dieron unos teoremas [2] que demuestran que un estado quasiperiódico sobre un toro-3 es sensible a pequeñas perturbaciones y produce genéricamente la formación de un atractor extraño. Es decir, la ruta quasiperiódica no se produce porque se interrumpe para dar lugar a caos. Si a ello se añade el convencimiento de que la superposición quasiperiódica constituye la única manera de combinar oscilaciones, no queda otra alternativa que la irregularidad del caos para intentar explicar cualquier oscilación compleja.

Pues bien, esto no es así: existe un escenario dinámico que, sin requerir la creación de toros invariantes, puede generar la combinación de un número ilimitado de modos de oscilación de forma que todos ellos aparezcan en un mismo atractor. En dicho escenario, que denominamos generalizado de Landau, tienen lugar sucesivas bifurcaciones de Hopf en cada uno de los diferentes puntos fijos de una cuenca de atracción y el resultado natural es la mezcla no lineal de todos los modos de oscilación en la evolución temporal del atractor [3].

El objetivo de la comunicación es publicitar dicho escenario e incitar a otros investigadores a iniciarse en su estudio. Por nuestra parte, hemos caracterizado el mecanismo de mezcla no lineal, interpretándolo como asociado al entrelazamiento de las variedades inestables de los ciclos límite silla en su curso hacia el atractor y lo hemos generalizado el máximo posible. Creemos que el escenario proporciona caminos efectivos hacia la complejidad dinámica tales como los que son necesarios para explicar la complejidad del mundo real. En este sentido, hemos analizado la posible conexión del escenario oscilatorio con la turbulencia y con la dinámica oscilatoria del cerebro y, en un acto de atrevimiento, hemos establecido los elementos de una teoría evolutiva que podría explicar las transformaciones estructurales que se van produciendo en curso natural del mundo dentro de un contexto estrictamente determinista [4].

Bibliografía

- [1] L.D. Landau, C. R. Acad.Sci. URSS, **44**, 311 (1944).
- [2] S. Newhouse, D. Ruelle, F. Takens, Commun. Math. Phys. **64** 35 (1978).
- [3] J. Rius, M. Figueras, R. Herrero, J. Farjas, F. Pi, G. Orriols, Phys. Rev. **E 62** 333 (2000); Chaos **10**, 760 (2000).
- [4] R. Herrero, J. Rius, F. Pi, G. Orriols, <http://arxiv.org/abs/0911.2157>

Revisión de algunas técnicas no lineales para la reducción de ruido en imágenes

F. Ródenas^{*1}, P. Mayo¹, G. Verdú²

Universidad Politécnica de Valencia

¹ Departamento de Matemática Aplicada, Camino de Vera S/N, 46022-Valencia, España

² Departamento de Ingeniería Química y Nuclear, Camino de Vera S/N, 46022-Valencia
email: frodenas@mat.upv.es, p.mayo@titaniast.com, gverdu@iqn.upv.es

RESUMEN

Uno de los campos donde las técnicas no lineales tienen gran aceptación es en el tratamiento de imágenes, en particular en la reducción del ruido. Las imágenes digitales se ven afectadas por ruido muchas veces introducido por el propio instrumento de captura de la imagen como: cámaras fotográficas, equipos de radiografía, equipos de resonancia magnética nuclear, de tomografía axial computerizada, tomografía de emisión de positrones, imágenes de radar, de satélite, entre otros. También los procesos de transmisión de estas imágenes, de cuantización, de compresión, interferencia con fuentes de radiación externa, etc., introducen ruido no deseado que dificulta su interpretación. Por ello es un campo de investigación activo la supresión, más bien reducción, del nivel de ruido que contamina la imagen sin que afecte de forma significativa a las características y a la información relevante presente en las mismas. De esta forma se facilita el análisis de la imagen que, como es evidente, por ejemplo en el caso de las imágenes médicas es de gran importancia para un diagnóstico correcto.

Existen multitud de algoritmos diseñados para la restauración o reducción de ruido en imágenes basados en métodos lineales y en métodos no lineales. En general, los métodos lineales presentan una desventaja importante: un filtro lineal típico produce un emborronamiento de los bordes y líneas de la imagen, así como destrucción de las estructuras pequeñas de la imagen. Es obvio, que dichos efectos dificultan o empeoran el análisis posterior de la imagen.

En este trabajo se presenta una revisión, no exhaustiva, de algunos de los métodos no lineales más populares de los últimos años en cuanto a la reducción del ruido en imágenes. Existen gran diversidad de algoritmos que se pueden clasificar en diferentes grupos según las herramientas matemáticas en las que están basados: filtros en el dominio espacial, filtros en el dominio de frecuencias, métodos basados en transformadas wavelets y otros métodos de multiresolución, métodos basados en ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales, como las ecuaciones de difusión no lineales, métodos variacionales, análisis de componentes independientes (ICA), etc. Algunas de estas técnicas presentan su versión lineal y la no lineal.

El propósito de esta comunicación será describir algunas de las diferentes familias de métodos no lineales generalmente usados en la bibliografía para la reducción de ruido en imágenes digitales, haciendo una breve introducción a sus fundamentos matemáticos y comparando las ventajas e inconvenientes de los diferentes métodos entre ellos y con los métodos lineales.

Métodos no lineales en redes

Dinámica evolutiva y topología en redes neutrales de RNA

Jacobo Aguirre*, Javier Buldú, Michael Stich, Susanna C. Manrubia

Centro de Astrobiología
INTA-CSIC, Ctra. Ajalvir km 4, 28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, España
email: aguirreaj@inta.es

RESUMEN

Una red neutral de RNA está formada por todas las secuencias de RNA en el espacio de genomas que pliegan en la misma estructura secundaria de mínima energía libre. Una buena aproximación suele ser suponer que la estructura secundaria de una molécula de RNA determina su función. En este tipo de redes, cada secuencia es representada por un nodo y dos nodos están conectados si sus secuencias difieren sólo en un nucleótido. Por lo tanto, una población de secuencias puede moverse, a través de mutaciones, sobre dichas redes sin ver su funcionalidad afectada.

En este trabajo estudiamos analítica y numéricamente las propiedades de las redes neutrales de RNA genéricas que afectan su robustez: sus áreas de máxima neutralidad contra las mutaciones y la energía mínima asociada al estado plegado de cada secuencia. En particular, hemos analizado cómo la topología determina el tiempo de llegada al estado de equilibrio. Además, cuando se incluye información relativa a la energía asociada a cada secuencia, la topología también afecta a la supervivencia de las poblaciones bajo fluctuaciones en la temperatura. Finalmente, y como trabajo presente y futuro, hemos caracterizado la topología de todas las redes “reales” de RNA de longitud 12 con el uso del paquete de software Vienna, haciendo especial hincapié en la dependencia de las propiedades de las secuencias (tales como su composición en nucleótidos o su energía de plegamiento) con las propiedades topológicas de los nodos.

Bibliografía

- [1] J. Aguirre, J. M. Buldú and S. C. Manrubia, *Evolutionary dynamics on networks of selectively neutral genotypes: Effects of topology and sequence stability*, Phys. Rev. E **80** (2009), 066112.

Aplicaciones de las redes complejas: análisis de redes funcionales cerebrales

J.M. Buldú^{*,1,2}, R. Bajo², F. Maestú^{2,3}, N. Castellanos², I. Leyva^{1,2}, I. Sendiña-Nadal^{1,2}, J.A. Almendral^{1,2}, S. Boccaletti^{2,4,5} y F. del Pozo²

Universidad Rey Juan Carlos y Centro de Tecnología Biomédica

¹Complex Systems Group, URJC, Camino del Molino s/n, 28943 Fuenlabrada, España

²Centro de Tecnología Biomédica, Universidad Politécnica de Madrid, Spain

³Centro MEG UCM, Depart. of Basic Psychology, Complutense University, Madrid, Spain

⁴Embassy of Italy in Tel Aviv, 25 Hamered St., 68125 Tel Aviv, Israel

⁵CNR- Istituto dei Sistemi Complessi, Firenze, Italy

email: javier.buldu@urjc.es - URL: <http://www.complex.etsit.urjc.es/jmbuldu>

RESUMEN

A pesar de los grandes avances que ha realizado la neurociencia sobre los mecanismos moleculares y genéticos implicados en la dinámica cerebral, todavía estamos lejos de comprender los procesos que ocurren a un nivel más macroscópico. Es ahí donde la dinámica no lineal y la teoría de redes complejas pueden aportar una visión novedosa que permita explicar el comportamiento colectivo de miles de millones de neuronas interaccionando entre sí. Concretamente existe un gran potencial en la aplicación de las herramientas de la teoría de redes complejas para interpretar los numerosos resultados sobre la conectividad funcional entre diferentes áreas del cerebro, ya sea mediante resonancia magnética funcional, electroencefalografía o magnetoencefalografía. Durante los últimos cinco años, hemos sido testigos de varios artículos pioneros en el estudio de la estructura funcional cerebral, tanto en la caracterización topológica de redes funcionales [1], como en la degeneración de la conectividad en enfermedades como la epilepsia [2], la esquizofrenia [3] o el Alzheimer [4]. En el presente trabajo analizamos cómo la red de conectividad funcional de pacientes que sufren deterioro cognitivo leve (DCL) cambia su estructura topológica respecto a un grupo de control. Concretamente, observamos una degeneración hacia estructuras más aleatorias, donde el *clustering* de la red disminuye a la vez que se degrada su estructura de red de *pequeño mundo*. Al mismo tiempo, la conectividad tiende a reforzar los enlaces a larga distancia, lo cual está relacionado con un incremento del coste energético con respecto a sujetos sanos. Finalmente, mostraremos que varios parámetros topológicos de la red pueden ser utilizados para diagnosticar la existencia o avance de dicha enfermedad [5].

Bibliografía

- [1] C.J. Stam, *Neurosci. Lett.* 355, 25 (2004).
- [2] S.C. Ponten, F. Bartolomei, C.J. Stam, *Clin. Neurophysiol.*, 118, 918 (2006).
- [3] M. Breakspear, M. Rubinov, S. Knock, L.M. Williams, A.W.F. Harris, S. Micheloyannis, J.R. Terry, C.J. Stam, *Neuroimage* 21, 671 (2006).
- [4] C.J. Stam, B.F. Jones, G. Nolte, M. Breakspear and P. Scheltens, *Cereb Cortex*, 17, 92 (2007).
- [5] J.M. Buldú, R. Bajo, F. Maestú, N. Castellanos, I. Leyva, I. Sendiña-Nadal, J.A. Almendral, S. Boccaletti y F. del Pozo, en preparación.

Modeling the spanish transmission network

Mary Luz Mouronte *, J.P. Cárdenas , A. Santiago, Rosa María Benito

Telefónica I+D
C/Emilio Vargas, 6, 28043 Madrid, España
email: mlml@tid.es - URL: <http://www.tid.es/>

Universidad Carlos III de Madrid
Avda. de la Universidad, 30
28911 Leganés - Madrid - España

ABSTRACT

SDH (Synchronous Digital Hierarchy) is the standard technology for the information transmission in broadband optical networks. SDH allows the transport of many types of traffic, such as voice, video, multimedia and data packages as those generated by IP.

Applying tools of complex systems theory many natural and man-made networks have been studied during the last decade. Notably among these, the Internet network has been studied exhaustively [1] and the results have shown similar structural traits with regards to natural networks: a high heterogeneity in the node connectivity degrees and the so-called small world properties.

Unlike the Internet, whose growing dynamics are essentially local and uncoordinated, SDH networks are strictly planned; rings, meshes, stars or tree-branches topologies are designed to connect their basic elements (optical systems, terminal multiplexer, add-drop multiplexer and digital cross-connect).

In order to investigate the topological traits of SDH networks, in this study we present an empirical analysis of the topology of the entire SDH network operated by Telefónica in Spain.

Results

We have found that the SDH network displays a power-law scaling in the degree distribution $P(K) = K^{-\gamma}$ both at the national and provincial levels. The empirically obtained scaling exponent is $\gamma \approx 2.51$ for the entire Spanish SDH network, while the exponent is $\gamma = 2.04$ on average for the largest province subnetworks (Fig. ??). Our results are in good agreement with previous studies for the British SDH network [2]. The Spanish SDH network also displays small world properties [3] with mean clustering and path length equal to 0.04 and 11.35 respectively, similar to the Internet routers network in 2000 [4]. The provinces subnetworks show similar traits with regards to such properties.

The topological structure of the real SDH network can be reproduced by a dynamic model based on real planning (Fig. ??).

Discussion

Besides the strict network design, other factors such as the geographical demand of the users, the costs associated with a link to a new node and the heterogeneity of these nodes may contribute to the complexity observed.

Acknowledgement

This work was supported by the Spanish Ministry of Education and Science under Project “Ingenio Mathematica (i-MATH)” No. CSD2006-00032 and Project No. MTM2006-15533, and Telefónica I+D, España.

Bibliography

- [1] M. Faloutsos, P. Faloutsos, C. Faloutsos, *On Power-Law Relationships of the Internet Topology*, in proceedings of SIGCOMM: IEEE Conference on Communication, 1999
- [2] Spencer, J. and Sacks, L. *On Power-Laws in SDH Transport Networks*, 2003.
- [3] Watts D. Small Worlds. *The Dynamics of Networks between Order and Randomness*. Princeton Studies in Complexity. 1999.
- [4] Dorogovtsev, S.N., Mendes J.F.F. *Evolution of Networks. From Biological Nets to the Internet and WWW*. Oxford University Press, 2003.

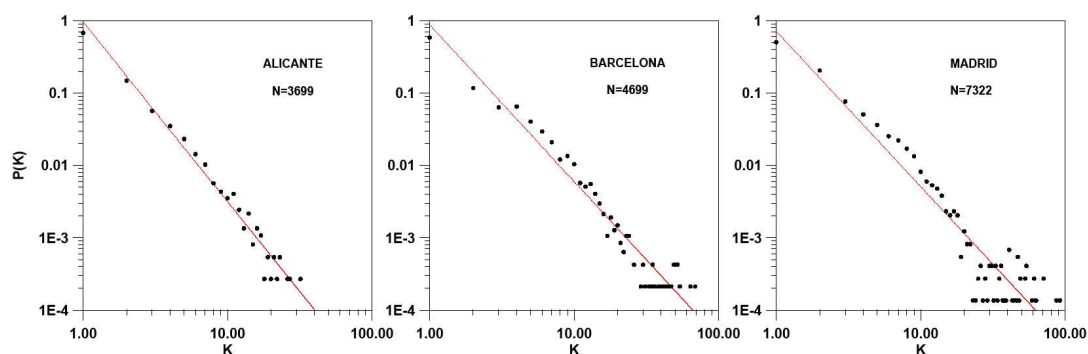


Figura 1: Degree distribution $P(K)$ for the principal SDH provinces networks of Spain. The red line corresponds to the power-law fit ($R^2 \sim 0.95$ for all cases).

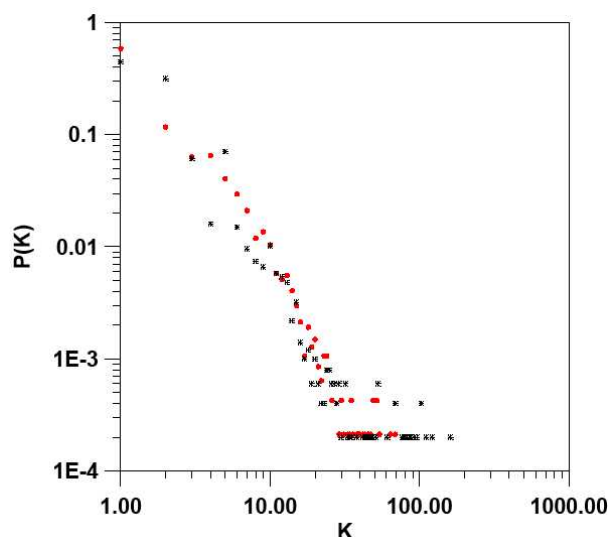


Figura 2: Degree distribution $P(K)$ for a real SDH network (red) and a network generated by the model (black). Both networks have a similar size ($N \approx 5000$).

Solapamiento dinámico de redes de interacción de proteínas: un método para predecir funciones de proteínas

I. Sendiña-Nadal^{1,*}, Y. Ofran², J.A. Almendral¹, D. Li³, I. Leyva¹, J.M. Buldú¹, S. Havlin³, S. Boccaletti⁴

¹Grupo de Sistemas Complejos, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Rey Juan Carlos, 28943 Fuenlabrada

²The Mina and Everard Goodman Faculty of Life Sciences, Bar-Ilan Univ, Ramat-Gan, Israel

³Department of Physics, Minerva Center, Bar Ilan Univ, Ramat Gan 52900, Israel

⁴Embassy of Italy in Tel Aviv, 68125 Tel Aviv, Israel, and CNR, 50019 Firenze, Italy

*email: irene.sendina@urjc.es - URL: <http://www.complex.etsit.urjc.es>

RESUMEN

Los últimos avances en las tecnologías para la secuenciación del genoma han dado lugar a un aumento espectacular del número de proteínas conocidas. El reto está ahora en cómo caracterizar esas proteínas y descubrir su función dentro de los diferentes procesos biológicos. Un posible método para asignar una función a una proteína es por medio de la red de sus interacciones con otras proteínas [1]. Existen técnicas novedosas para medir de forma masiva la interacción entre proteínas que han permitido obtener estas redes de interacción de proteínas (PIN) para diferentes organismos [2]. Usando esta representación de red, las proteínas como nodos y las interacciones físicas detectadas entre ellas como enlaces, es posible aplicar las herramientas de la teoría de redes complejas para predecir y asignar una función a una proteína dada. Mientras que la mayoría de los trabajos sobre asignación funcional de proteínas mediante el uso de la red de interacciones se basan en medidas topológicas de la PIN, nosotros proponemos la aplicación de un algoritmo basado en el comportamiento síncrono que emerge de una organización modular de una red [3]. El método depende de cómo evoluciona una red de osciladores de fase y en una técnica recientemente propuesta para la identificación de interfaces de sincronización y solapamiento de comunidades [4] en una red de sistemas dinámicos. La combinación del comportamiento síncrono de la PIN junto con una clasificación modular inicial de las proteínas (obtenida a partir de una asignación manual extraída de una base de datos del Munich information Center for Protein Sequences (MIPS) de hace diez años) nos permite realizar predicciones de funciones de proteínas que están en acuerdo con asignaciones manuales más refinadas y recientes (obtenidas de la base de datos de Gene Ontology).

Bibliografía

- [1] R. Sharan, I. Ulitsky, and R. Shamir, *Network-based prediction of protein function*, Molecular Systems Biology **3** (2007), 88.
- [2] R. Aebersold, and M. Mann, *Mass spectrometry-based proteomics*, Nature **422** (2003), 198; S. Fields, *High-throughput two-hybrid analysis. The promise and the peril*, FEBS J **272** (2005), 5391.
- [3] I. Sendiña-Nadal, Y. Ofran, J.A. Almendral, D. Li, I. Leyva, J.M. Buldú, S. Havlin, S. Boccaletti, *Predicting protein functions by the dynamical overlap of interaction networks*, en preparación.
- [4] D. Li et al., *Synchronization Interfaces and Overlapping Communities in Complex Networks*, Phys Rev Lett **101** (2008), 168701.

Modelización no lineal

Dinámica de extinción viral mediante tratamientos secuenciales inhibidor–mutágeno

Jaime Iranzo*, Susanna C. Manrubia

Centro de Astrobiología, CSIC–INTA
Ctra. de Ajalvir km. 4, 28850 Torrejón de Ardoz, Madrid, España
email: iranzosj@inta.es

RESUMEN

Los virus al replicarse generan poblaciones complejas dotadas de una elevada diversidad y gran capacidad de adaptación. Al mismo tiempo se dan condiciones en las que estas poblaciones llegan a extinguirse como resultado de su dinámica evolutiva. Este fenómeno es de gran interés tanto desde un punto de vista teórico como por sus aplicaciones médicas, biotecnológicas y veterinarias.

Cuando se trata de extinguir una población viral pueden seguirse dos estrategias: (1) Impedir que los virus se multipliquen mediante fármacos *inhibidores* de la replicación y (2) utilizar agentes mutagénicos (*mutágenos*) para incrementar el número de errores en la copia del virus, de manera que una gran parte de su descendencia sean mutantes inviables. Con objeto de aumentar su eficacia es habitual combinar varios fármacos en un mismo tratamiento, en lo que se denomina una terapia combinada.

La más estudiada de las terapias combinadas es la que consiste en la aplicación de varios inhibidores (un ejemplo familiar es el tratamiento del VIH). En este caso, está comprobado teórica y experimentalmente que la eficacia es mayor si los inhibidores se administran simultáneamente. Por el contrario, experimentos recientes han mostrado que una terapia basada en un inhibidor y un mutágeno es más eficaz si se administra primero el inhibidor y después el mutágeno (tratamiento secuencial) que si ambos se administran a la vez [1]. El hecho de que ciertos tratamientos secuenciales sean más efectivos tiene gran importancia práctica, ya que éstos presentan menor riesgo de efectos adversos en el organismo.

El objetivo de este trabajo es comprender por qué y en qué circunstancias cabe esperar que un tratamiento secuencial inhibidor–mutágeno sea más eficaz que un tratamiento simultáneo para provocar la extinción viral. Para ello se ha estudiado un modelo sencillo dentro del marco de la teoría de cuasiespecies. En particular se ha considerado una población en la que conviven virus con distintas tasas de replicación y en la que pueden aparecer puntualmente mutantes resistentes al inhibidor.

Los resultados revelan que la mayor eficacia de una u otra terapia depende de las dosis utilizadas para cada fármaco y de las características biológicas del virus. En general, las terapias secuenciales resultan ventajosas para dosis intermedias del inhibidor. Por otro lado, serán más susceptibles a dichas terapias los virus con una productividad pequeña y mecanismos de replicación que generen muchas copias a partir de un mismo molde.

Bibliografía

- [1] C. Perales, R. Agudo, H. Tejero, S.C. Manrubia y E. Domingo, *Potential benefits of sequential inhibitor–mutagen treatments of RNA virus infections*, PLoS Pathogens **5** (2009), e1000658.

Efecto fenotípico de las mutaciones en poblaciones de replicadores moleculares y virales

Ester Lázaro*, Michael Stich, María Arribas, Susanna C. Manrubia

Centro de Astrobiología (CSIC-INTA)
Ctra de Ajalvir Km. 4, 28850 Torrejón de Ardoz (Madrid)
email: lazarolm@inta.es - URL: <http://cab.inta.es>

RESUMEN

La generación de mutaciones durante la replicación del material genético es esencial para que las poblaciones puedan adaptarse a los cambios ambientales. Aunque la mayoría de las mutaciones tienen efectos deletéreos en el fitness, la selección natural aumenta la representación de las mutaciones con efectos beneficiosos, que pueden llegar a ser fijadas en la población. El objetivo de los estudios que se presentan en esta contribución es establecer relaciones entre la tasa de error y el efecto fenotípico de las mutaciones en poblaciones con diferentes grados de adaptación a las presiones selectivas del ambiente. Este conocimiento es esencial para poder desarrollar teorías fenomenológicas sobre los procesos de evolución y adaptación.

Los sistemas experimentales utilizados corresponden a poblaciones de moléculas de RNA que se replican *in silico* y poblaciones de un virus que tiene RNA como material genético. En ambos casos, después de un tiempo suficientemente largo de evolución a alta tasa de error, en un ambiente constante – que en el caso de las poblaciones moleculares está definido por la selección de una estructura secundaria a la que se le asigna la máxima capacidad de replicación- se alcanza un estado estacionario en el que las poblaciones presentan una estructura en cuasiespecies. Esta estructura se caracteriza por un elevado grado de heterogeneidad y por la complejidad de las interacciones que se establecen entre los individuos que la componen.

Los resultados obtenidos muestran que en las poblaciones constituidas por moléculas de RNA la relación entre el número de mutaciones beneficiosas y deletéreas aumenta con el valor de la tasa de error. Esta relación también es mayor en las poblaciones que se están adaptando a una nueva presión selectiva que en las que ya han alcanzado el estado estacionario. El análisis estadístico de la distribución de los efectos de las mutaciones en el fitness muestra un buen ajuste a una distribución de Pareto [1]. Actualmente estamos comparando estos resultados con los obtenidos en poblaciones virales que han evolucionado en presencia de un mutágeno que incrementa la tasa de error de la replicación.

Bibliografía

- [1] M. Stich, E. Lázaro, S. C. Manrubia, *Phenotypic effect of mutations in evolving populations of RNA molecules*, BMC Evol. Biol. **10** (2010), 46.

Modelado Matemático de la Hipoxia Tumoral y su Malignidad Asociada

Alicia Martínez*, Gabriel Fernández, Víctor M. Pérez

Universidad de Castilla-La Mancha
Departamento de Matemáticas, ETSI Industrial, Universidad de Castilla-La Mancha, 13071
Ciudad Real, España
email: alicia.martinez@uclm.es - URL: http://imaci.uclm.es/index.php?option=com_wrapper

RESUMEN

Las células tumorales necesitan ampliar la red de vasos sanguíneos (y linfáticos) de los que proveerse para continuar su proliferación en un proceso conocido como angiogénesis (y linfogénesis) y en él se genera una vasculatura irregular e ineficiente que da lugar a la aparición de zonas mal oxigenadas o hipóxicas dentro del tumor [1, 2].

Las células en condiciones de hipoxia se ven forzadas a adaptarse al medio mediante cambios en su metabolismo y como consecuencia son más quimio y radioresistentes que las normóxicas (suficientemente oxigenadas). De modo que en condiciones de baja oxigenación es preciso triplicar la dosis para obtener el mismo efecto radiobiológico que en condiciones normales [2]. En general la hipoxia supone una disminución de la Probabilidad de Control Tumoral [3].

La mayoría de tumores sólidos muestran regiones hipóxicas de tamaño y distribución variable que se ignoran en la clínica oncológica, las cuales ayudan a explicar la obtención de distintas respuestas a un mismo tratamiento en dos pacientes con tumores de características similares pero irrigados de forma muy diferente. Recientemente se están investigando tanto formas no invasivas de obtener imágenes de hipoxia tumoral como formas de disminuirla minutos previos a la radiación. [2, 3].

Se presentará un modelo de crecimiento tumoral afectado por la falta de oxígeno interesándonos por la malignidad celular que esto provoca y sus posibles aplicaciones en la optimización de terapias.

Bibliografía

- [1] Douglas Hanahan y Robert A. Weinberg, "*The Hallmarks of Cancer*". Cell (2000) 100 57-70.
- [2] Michael Hsckel, Peter Vaupel, "*Tumor Hypoxia: Definitions and Current Clinical, Biologic, and Molecular Aspects*". Journal of the National Cancer Institute (2001) Vol. 93, No. 4.
- [3] Robert G. Bristow y Richard P. Hill, "*Hypoxia, DNA repair and genetic instability*". Nature Reviews (2008).180-192.

Previsibilidad e hiperbolicidad a través de exponentes finitos de Lyapunov. Aplicación a modelos galácticos.

Juan C. Vallejo*, Miguel A.F. Sanjuán

Universidad Rey Juan Carlos
Departamento de Física, Tulipán s/n, 28933 Móstoles, Madrid, España
email: Juan.Carlos.Vallejo@esa.int - URL: <http://www.fisica.escet.urjc.es>

RESUMEN

Las distribuciones de exponentes finitos de Lyapunov sirven para caracterizar los diversos estados dinámicos de un sistema [1]. Esta caracterización depende, no obstante, tanto de la dirección de la perturbación inicial como del tamaño del intervalo finito considerado [2]. Nuestro trabajo se basa en el uso de estas distribuciones para caracterizar tanto órbitas concretas como conjuntos dados de condiciones iniciales. Las herramientas numéricas desarrolladas se están aplicando a modelos de potenciales galácticos, en los cuales el tamaño de los intervalos temporales considerados es muy importante, debido a la evolución temporal de los mismos. Nos centramos entonces en la dependencia de las distribuciones cuando se usan los intervalos de tiempo mas pequeños y la caracterización del flujo es a nivel local. En este caso tenemos información sobre fenómenos tales como la variabilidad dimensional y la similitud entre las órbitas reales y numéricas (shadowing). Este último fenómeno aporta información sobre la previsibilidad misma del modelo en cuestión.

Bibliografía

- [1] Juan C. Vallejo, Jacobo Aguirre, M.A.F. Sanjuán, *Characterisation of the local instability in the Henon-Heiles Hamiltonian*, Physics Letters A **311** (2003), 26–38.
- [2] Juan C. Vallejo, Ricardo L. Viana, M.A.F. Sanjuán, *Local predictability and nonhyperbolicity through finite Lyapunov exponent distributions in two-degrees of freedom Hamiltonian systems*, Physical Review E **78** (2008), 066204.

Osciladores y óptica no lineal

On the geometry of the phase spaces of some $SO(2,1)$ invariant systems: The Pöschl-Teller and the Morse non-linear oscillators

J. Guerrero*, V. Aldaya

Universidad de Murcia
Departamento de Matemática Aplicada, Campus de Espinardo, 30100 Murcia.
email: juguerre@um.es

ABSTRACT

Some $SO(2,1)$ invariant systems, like the Pöschl-Teller oscillator (both trigonometric and hyperbolic) and the Morse oscillator [1], the most important examples of integrable systems to model anharmonic oscillations in molecules, are studied by means of a transformation [2] relating their phase-spaces with the coadjoint orbits of $SO(2,1)$. The geometries of these phase spaces are studied and their effects at the quantum level are commented.

Bibliography

- [1] V. Aldaya and J. Guerrero, *Group Approach to the Quantization of the Pöschl-Teller dynamics*, J. Phys. **A38** (2005), 6939–6953.
- [2] V. Aldaya, M. Calixto, J. Guerrero and F.F. López-Ruiz, *Quantum Integrability on a Group Manifold*, J. Nonlinear Math. Phys. **15** (2008),1–12.

Modelización de un láser continuo de solitones de materia

Humberto Michinel*, Alicia V. Carpentier, David N. Olivieri y David Nóvoa

Universidad de Vigo
Departamento de Física Aplicada, Área de Óptica, Facultade de Ciencias de Ourense, Campus
as Lagoas s/n, 32004 Ourense, España
email: hmichinel@uvigo.es

RESUMEN

En este trabajo[1] demostramos, a través de simulaciones numéricas, la emisión de una onda de materia continua originada a partir de un condensado de Bose-Einstein (CBE) almacenado en una trampa dipolar. El control espacial de las variaciones de la *longitud de scattering* a lo largo del eje de atrapamiento del condensado permite originar una zona en la cual las interacciones elásticas de dos y tres partículas son relevantes. Esta circunstancia posibilita el proceso de emisión continua de ondas de materia coherentes con un pico de densidad constante.

En nuestro modelo, el mecanismo de extracción de átomos procedentes de la trampa dipolar son las propias interacciones interatómicas[2], lo que permite que el potencial confinante permanezca inalterado. Para asegurar la eficiencia del proceso de emisión continua durante tiempos del orden de la vida media del CBE, incluiremos un flujo continuo de átomos ultrafríos en la trampa[3] a fin de compensar las pérdidas originadas por la emisión. Además discutimos la posibilidad de controlar la anchura espacial del primer solitón emitido por medio de una modulación adecuada del término de ganancia incluido en el sistema. Esta última característica posibilita la conmutación entre los modos de emisión continua[1] o pulsada[2] del láser atómico.

Finalmente derivamos una condición analítica para la emisión continua, lo que nos permite delimitar un espacio paramétrico válido para la implementación experimental de este sistema.

Bibliografía

- [1] A.V. Carpentier, H. Michinel, D.N. Olivieri y D. Novoa, *Continuous atom laser with Bose-Einstein condensates involving three-body interactions*, arXiv:1002.5014 (2010).
- [2] M.I. Rodas-Verde, H. Michinel y V.M. Pérez-García, *Controllable Soliton Emission from a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett **95** (2005), 153903.
- [3] A. Aghajani-Talesh, M. Falkenau, A. Griesmaier y T. Pfau, *A proposal for continuous loading of an optical dipole trap with magnetically guided ultra-cold atoms*, J. Phys. B: At. Mol. Phys **42** (2009), 245302.

Oscilador de Duffing generalizado. Estrategias de perturbación

F. J. Molero*, M. Lara[†] and S. Ferrer

Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad de Murcia, 30071 Espinardo, España
email: franciscojavier.molero@um.es

[†]Real Observatorio de la Armada, 11110 San Fernando, Cádiz, España

RESUMEN

Se proponen diversas alternativas analíticas para el tratamiento de un sistema de Duffing perturbado, con un término de grado sexto, usando formulación Hamiltoniana. En primer lugar se presenta la solución exacta como un sistema paramétrico, señalando algunas de sus principales propiedades. Posteriormente se reduce el número de variables del problema realizando una transformación Hamilton-Jacobi-Poincaré, la cual nos ofrece tanto la posibilidad de elegir la estructura del nuevo Hamiltoniano, como la de debatir la conveniencia o adecuación de dichas elecciones. La presencia y uso de las funciones elípticas es estudiada en detalle. Finalmente se aproximan las soluciones exactas mediante teoría de perturbaciones basada en el algoritmo de Lie-Deprit, estableciendo el grado de bondad de la solución en función del orden de aproximación, gobernado por el parámetro de la transformación.

Bibliografía

- [1] M. Vallejo, *Series de Fourier de funciones elípticas. Aplicación a la precesión terrestre*. Tesis Doctoral, Real Instituto y Observatorio de la Armada y Universidad de Zaragoza, Cádiz, España (1995).
- [2] D.F. Lawden, *Elliptic Functions and Applications*. AMS 80, Springer. New York (1989).
- [3] V.T. Coppola and R.H. Rand, *Averaging using elliptic functions: approximation of limit cycles*. Acta Mechanica, 81, 125-142 (1990).
- [4] A. Deprit, *Canonical Transformations depending on a small parameter*. Celestial Mechanics, 1, 12-30 (1969).
- [5] K. R. Meyer, G. R. Hall and D. Offin, *Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem*. Springer, vol. 90, pp. 243-250. Ney York (2009).
- [6] T. Fukushima, *Simple, regular and efficient numerical integration of rotational motion*. The Astronomical Journal, 135:2298-2322, 2008 June.
- [7] S. Ferrer and M. Lara, *Families of canonical transformations by Hamilton-Jacobi-Poincaré equation. Application to rotational and orbital motion*. Pendiente de publicación en Journal of Geometric Mechanic (2009).
- [8] H. Goldstein, *Mecánica Clásica*. Reverté S.A, pp. 533-605. Barcelona (2006).

Excitación dinámica de condensados de luz mediante filamentación de haces intensos en medios ópticos altamente no lineales

David Nóvoa*, Humberto Michinel, Daniele Tommasini y Alicia V. Carpentier

Universidad de Vigo
Departamento de Física Aplicada, Área de Óptica, Facultad de Ciencias de Ourense, Campus
as Lagoas s/n, 32004 Ourense, España
email: dnovoa@uvigo.es

RESUMEN

En este trabajo[1] se analizarán los fenómenos de filamentación y excitación dinámica de ondas no lineales autolocalizadas, en medios ópticos con respuesta altamente no lineal. En concreto, asumiremos que la dependencia del índice de refracción del medio con el campo que se propaga a su través es de tipo cúbico-quíntico[2]. Con el fin de proporcionar una descripción teórica de la fenomenología observada en recientes experimentos de filamentación[3], hemos llevado a cabo un análisis de estabilidad lineal que, combinado con una extensa colección de simulaciones numéricas de propagación, permite mostrar la posibilidad de observación experimental del fenómeno de *supresión de la inestabilidad modulacional*.

Además, estudiaremos las características de un nuevo mecanismo de excitación dinámica de *condensados de luz*[4, 5] mediante coalescencia de ondas autoatrapadas producidas durante la filamentación de un haz láser de alta potencia que se propaga a través de un medio no lineal cúbico-quíntico. Finalmente se discutirá la posibilidad de que estos modos solitónicos con un comportamiento *cuasi-líquido*[5] hayan sido ya observados en experimentos realizados con disulfuro de carbono[3].

Bibliografía

- [1] D. Novoa, H. Michinel, D. Tommasini y A.V. Carpentier, *Filamentation processes and dynamical excitation of light condensates in optical media with competing nonlinearities*, arXiv:1002.5036 (2010).
- [2] V. Loriot, E. Hertz, O. Faucher y B. Lavorel, *Measurement of high order Kerr refractive index of major air components*, Opt. Express **17** (2009), 13429–13434.
- [3] M. Centurion, Y. Pu, M. Tsang y D. Psaltis, *Dynamics of filament formation in a Kerr medium*, Phys. Rev. A **71** (2005), 063811.
- [4] H. Michinel, J. Campo-Táboas, R. García-Fernández, J.R. Salgueiro y M.L. Quiroga-Teixeiro, *Liquid light condensates*, Phys. Rev. E **65** (2002), 066604.
- [5] D. Novoa, H. Michinel y D. Tommasini, *Pressure, Surface Tension and Dripping of Self-Trapped Laser Beams*, Phys. Rev. Lett **103** (2009), 023903.

Pósteres

Discriminant analysis of breast microcalcifications data

J. Chrobak* and H. Herrero

Universidad de Castilla - La Mancha
 Facultad de Químicas, Departamento de Matemáticas,
 Avda. Camilo José Cela N°3, 13071 Ciudad Real, España
 email: Joanna.Chrobak@uclm.es

ABSTRACT

We present part of statistical analysis of clinical data, which was performed with the objective to determine the most significant parameters for cancer recognition. This would allow to adjust the parameters of macroscopic model, which we developed by means of autonomous ordinary differential equations (ODEs) and could serve as a tool to improve the accuracy of diagnosis. On the images from mammography microcalcifications were detected and described by means of 32 variables. Microcalcifications are tiny crystals of calcium, and may show up in clusters, or in patterns (like circles or lines) and are associated with extra cell activity in breast tissue. Usually the extra cell growth is not cancerous, but sometimes tight clusters of microcalcifications can indicate early breast cancer [1]. Scattered microcalcifications are usually a sign of benign breast tissue. Segmentation of microcalcifications on digitized mammograms have been investigated [2, 3, 4, 5, 6], but there does not exist any unequivocal system of classification of microcalcifications. Thanks to our collaboration with another research group from our university and oncologists from hospitals in Ciudad Real and Toledo we dispose a data base of the results of mammography of 13 patients, among who 6 are healthy and 7 have a cancer recognized. In total 178 microcalcifications are described by means of 32 parameters defined as measures of the shape, dispersion and localization. We performed several types of analysis, inter alia ANOVA and MANOVA tests and discriminant analysis DA [7, 8, 9], which classified the data in two groups, benignant and malignant, with efficiency of 64.4%. We also analysed dependence between each one of the variables and the parameter *Area*, defined as the number of pixels for which $I(x, y) = 1$,

$$A = Area = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M I(x, y),$$

where: N - number of rows of the image, M - number of columns of the image, and

$I(x, y) = 1$ if the pixel forms part of the object,

$I(x, y) = 0$ if the pixel forms part of the background.

The most significant relation we found between *Area* and *Shape*, which describes dispersal of an object. For a circle its value is equal to 1, so the more circular an object is the close to 1 is the value of *Shape* for it. It is calculated in the following way:

$$Shape = \frac{4 \cdot \Pi \cdot Area}{Perimetro^2},$$

where *Perimetro* is a number of pixels which belong to the object and which have at least one neighbour which belongs to the background. It showed that malignant objects tend to be more circular and concentrated, meanwhile the benignant ones are more dispersed. This result in in

agreement with literature and situations observed in oncology. Moreover, *Area* was recognized as the variable which allows to distinguish significantly between malignant and benignant cases and the critical size over which the changes are malignant was found. It could allow joining this part of work with the model of ODEs.

Bibliography

- [1] R. R. Millis, R. Davis y A. J. Stacey, *The detection and significance of calcifications in the breast: a radiological and pathological study*, British Journal of Radiology **49** (577) (1976) 12–26.
- [2] A. P. Dhawan, Y. Chitre, C. Kaiserbonasso y M. Moskowitz, *Analysis of mammographic microcalcifications using grey-level image structure features*, IEEE Transactions on Medical Imaging **15** (3) (1996), 246–259.
- [3] U. Bick, M. L. Giger, R. A. Schmidt, et al., *Automated segmentation of digitised mammo-grams*, Academic Radiology **2** (1) (1995), 1–9.
- [4] C. Lucas y G. Mortezaie, *Analysis of mammographic microcalcifications using grey-level images and neuronal networks*, IEE Seminar on Appropriate Medical Technology for Developing Countries (2002), 111–114.
- [5] W. A. Mohamed, M. A. Alolfe y Y. M. Kedah, *Microcalcifications enhancement in digital mammograms using fractal modeling*, Proceedings of Cairo International Biomedical Engineering Conference CIBEC (2008), 1–5.
- [6] I. Cheikhrouhou I, K. Djemal, D. Sellami, H. Maaref y N. Derbel, *New mass description in mammographies*, Proceedings of the First Workshop on Image Processing Theory, Tools and Applications PTA (2008), 1–5.
- [7] L. G. Grimm, P. R. Yarnold, et al., *Reading and understanding multivariate statistics*, American Psychological Association, Washington, 2006.
- [8] S. Sharma, *Applied multivariate techniques*, John Wiley & Sons Inc., 1996.
- [9] B. Visauta Vinacua y J. C. Martori y Cañas, *Análisis estadístico con SPSS para Windows, Volumen II*, McGraw-Hill/Interamerica de España, S.A.U., Madrid, 2003.

El teorema de Takens y su aplicación en el ámbito financiero

Maria Dolors Gil Doménech

Universitat de Barcelona
Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial, Facultat d'Economia i
Empresa, Diagonal 690, 08034 Barcelona, España
email: d.gil@ub.edu - URL: <http://www.ub.edu/mecfi/>

RESUMEN

En la mayoría de los estudios que intentan detectar una dinámica caótica en series temporales es necesaria una reconstrucción previa del espacio de estados, con la cual puede obtenerse la estructura del sistema original no observable a partir de los datos disponibles. Lo más habitual a la hora de reconstruir el espacio de estados es basarse en el teorema de Takens [1]. Este teorema permite asignar, a través de una función de medición, un número real a cada estado del sistema de tal modo que se conserven las propiedades topológicas del mismo. Según Takens, tiene que ser indiferente cuál sea la serie de observaciones de la que se parta en el estudio, ya que equivale a ver la misma realidad desde distintos puntos de vista. En el ámbito financiero es usual, como en el resto de disciplinas, basarse en el teorema de Takens a la hora de analizar la posible presencia de no linealidades en series temporales [2, 3]. Sin embargo, hasta el momento no se ha hallado un estudio que compruebe la validez del mismo en el campo de las finanzas. Y esto es lo que se pretende en el presente trabajo. En el caso de ser válido el teorema de Takens, el sistema financiero debería comportarse de un mismo modo tanto en el confinamiento o inmersión que se hiciese de él, como en las diferentes formas que pudiera presentar.

Para realizar el estudio, se han analizado distintas series financieras formadas por los valores de cierre de los siguientes índices bursátiles: Standard&Poor's 500, Dow Jones Industrial Average, NASDAQ Composite, FTSE 100, NIKKEI 225, Hang Seng, DAX 30, IBEX 35.

Con tal de comprobar la validez del teorema de Takens en el ámbito financiero se ha hallado el momento de entrada en el atractor [4] de cada una de las series temporales a través de la función de correlación. En caso de cumplirse el teorema de Takens, los resultados deberían ser parecidos en todas las series analizadas. Las conclusiones obtenidas han permitido validar el teorema de Takens en el campo financiero, dado que todas las series temporales financieras analizadas han presentado una entrada en el atractor en un momento relativamente próximo. Estas conclusiones se han confirmado realizando una inmersión de las series durante todo el periodo y tras su entrada en el atractor.

Bibliografía

- [1] F. Takens, *Detecting Strange Attractors in Turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag, **898**, 366-381, 1981.
- [2] J.T. Barkoulas, *Testing for deterministic monetary chaos: Metric and topological diagnostics*, Chaos, Solitons and Fractals, **38**, 1013-1024, 2008.
- [3] G. Çoban, A.H. Büyüklü, *Deterministic flow in phase space of exchange rates: Evidence of chaos in filtered series of Turkish Lira-Dollar daily growth rates*, Chaos, Solitons and Fractals, **42**, 1062-1067, 2009.
- [4] M.A. Navascués, M.V. Sebastián, *Fórmula fractal de la energía de una señal muestreada*, Margarita Mathematica: Homenaje a J. J. Guadalupe, 37-48, 2001.

Disminución de la sincronización global de la actividad cerebral durante el sueño tranquilo en neonatos en riesgo: ¿una posible manifestación del factor genético?

M. Suárez¹, J. González^{*,2}, E. Pereda³

¹Universidad de La Laguna
Departamento de ISAATC, Campus de Anchieta, 38205 S/C de Tenerife, España
email: marsulo@ull.es

²Universidad de La Laguna
Departamento de Fisiología, Campus de Ciencias de la Salud, 38071 S/C de Tenerife, España
email: jugonzal@ull.es

³Universidad de La Laguna
Departamento de Física Básica, Campus de Anchieta, 38205 S/C de Tenerife, España
email: eperdepa@ull.es

RESUMEN

OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo es determinar si los bebés con hermanos que han padecido muerte súbita (SIDS) presentan diferencias en la actividad de su EEG en comparación con bebés de edad similar (grupo de control).

MÉTODOS

Los datos se registraron durante el sueño tranquilo por los electrodos C3, C4, O1 y O2 (tomando como referencia el lóbulo del hemisferio contrario) en dos grupos de bebés: un grupo de 13 sujetos de control (C) y un grupo de 12 hermanos de bebés que han muerto por SIDS (H). Luego, se dividieron según su edad posmenstrual (PMA), estando un grupo constituido por 11 bebés con un rango de PMA entre 44 y 48 semanas (J) y otro por 14 bebés entre 48 y 52 semanas (M). Además, los datos de EEG se dividieron en cuatro bandas de frecuencias: δ [0.5 - 4Hz], θ [4 - 8 Hz], α [8 - 13 Hz] y β [13 - 30 Hz].

Se usaron dos medidas diferentes para la evaluación del grado de sincronización global de los datos registrados por los cuatro electrodos: una descripción lineal de la complejidad espacial (Ω), y un índice de la sincronización de fase global basada en la aproximación del campo medio. Y, además, se calculó el grado de sincronización de fase de cada electrodo con respecto al campo medio.

Las diferencias entre grupos se prueba mediante el test ANOVA, con la edad (Y vs O) y el tipo (S vs C) como factores independientes. Fueron considerados significativos si $p < 0,05$.

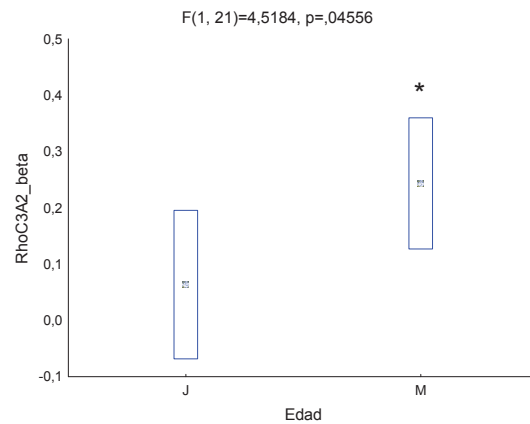
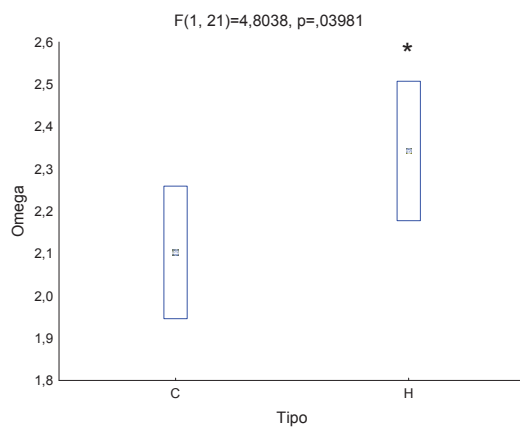
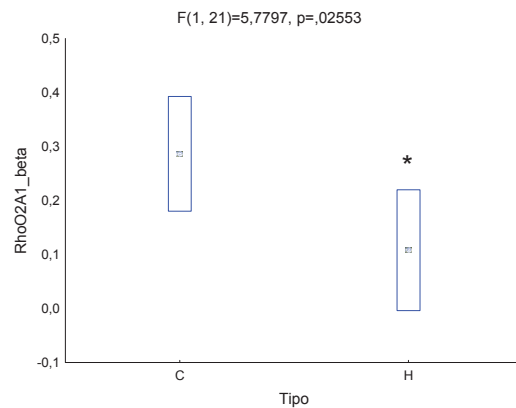
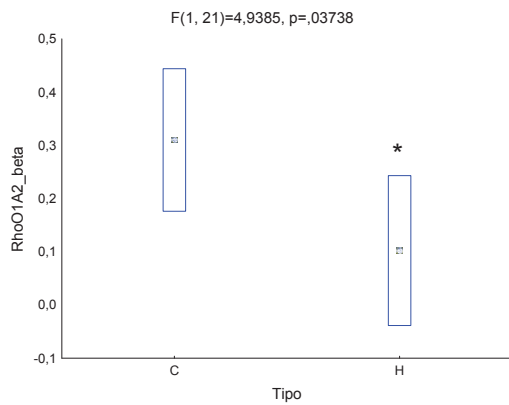
RESULTADOS

En el grupo de los bebés más pequeños (con respecto al grupo M), observamos un decrecimiento de la sincronización de fase del electrodo C3. Además, en el grupo H (con respecto al grupo C), observamos un decrecimiento de la sincronización global (Ω) y de la sincronización de fase en los electrodos O1 y O2 para la banda beta.

CONCLUSIÓN

El incremento de la interdependencia con la PMA ya ha sido observado en otros estudios. Sin embargo, el decrecimiento de la sincronización global (Ω) y de fase en el área

occipital en el grupo H es un resultado nuevo. Esto nos sugiere que el mayor riesgo de SIDS, el cual se sabe que es mayor para los hermanos de los bebés que han padecido dicho síndrome, puede estar relacionado con esta desconexión parcial de la región occipital con respecto al resto del cerebro durante el sueño tranquilo.



Dendritas de Misiurewicz en el conjunto de Mandelbrot

^{a,*}A. Martín, ^aG. Pastor, ^aM. Romera, ^aA.B. Orue, ^bM.F. Danca and ^aF. Montoya

^aInstituto de Física Aplicada, CSIC, Serrano 144, 28006 Madrid, Spain

^bRomanian Institute of Science and Technology, Ciresilor 29, 400487 Cluj-Napoca, Romania
email: gerardo@iec.csic.es - URL: <http://www.ifa.csic.es>

RESUMEN

En el conjunto de Mandelbrot existen infinidad de puntos de ramificación muy notorios. Estos puntos de ramificación son puntos de Misiurewicz, esto es, puntos preperiódicos por iteración. En las proximidades de los puntos de ramificación asociados a las pequeñas copias del conjunto existen unas estructuras dendríticas montadas en filamentos que han llamado poderosamente la atención de los investigadores [1, 2]. Aparentemente, estas estructuras tienen simetría central y se asemejan a conjuntos de Julia. Por eso ciertos autores las denominan "embedded Julia set" [2], aunque nosotros preferimos denominarlas "dendritas de Misiurewicz" porque como vimos tienen forma dendrítica y están siempre asociadas a un punto de Misiurewicz. La disposición de los componentes hiperbólicos que integran estas estructuras, según los periodos de los componentes, no es conocida. En este trabajo se estudian las dendritas de Misiurewicz desde un punto de vista experimental y se muestra un modelo basado en las expansiones binarias de los argumentos externos de los componentes hiperbólicos que integran la dendrita. El modelo incluye la disposición gráfica de los rayos externos asociados a estos argumentos externos.

Bibliografía

- [1] Arnaud Chéritat, *Un baiser de Misiurewicz*.
<http://www.math.univ-toulouse.fr/~cheritat/Anims/anim.html>
- [2] Robert P. Munafo, *Embedded Julia set*.
<http://mrob.com/pub/muency/embeddedjuliaset.html>

Vortex generation by a thermoconvective instability in a cylindrical annulus non homogeneously heated

M. C. Navarro*, H. Herrero

Universidad de Castilla-La Mancha

Departamento de Matemáticas, Facultad de CC. Químicas, 13071 Ciudad Real, Spain
email: mariacruz.navarro@uclm.es - URL: <http://matematicas.uclm.es/mcnavarro>

ABSTRACT

It is widely recognized the importance of convective phenomena in the formation and evolution of several meteorological events. It is known, for instance, that dust devil are more likely to form in the presence of large horizontal temperature gradients [1] and it is accepted the presence of horizontal and vertical temperature gradients in the formation of tropical cyclones [2].

In this work we show the power of thermoconvective mechanisms to the generation of vertical vortices in a cylindrical annulus non homogeneously heated from below. The equations governing the system are the Navier-Stokes equations coupled with the heat equation. Assuming axisymmetry, we study thermal conditions (including vertical and horizontal temperature gradients) geometry conditions and boundary conditions under which a stable vortical structure is found after the stationary basic state (with zero azimuthal velocity component) bifurcates. The vortex and its stability is studied in detail and the track of a particle in the fluid described. A spiral up motion of the particle around the inner cylinder is observed which reminds very much the trajectory of particles of air in a dust devil [1].

Regarding the numerical method used to perform computations, we have used for both, the basic state and the linear stability analysis, a spectral method by expanding the fields in Chebyshev polynomials and evaluating at the Gauss-Lobatto collocation points. The basic state has been computed with a Newton iterative method as described in [3]. Equations describing the evolution for perturbations (from the linear stability analysis) lead to a discrete eigenvalue problem solved (after a Cayley transformation) with `eigs`, the MATLAB implementation of ARPACK.

Bibliography

- [1] N. O. Rennó, M. L. Burkett, and M. P. Larkin, *A simple thermodynamical theory for dust devils*, J. Atmospheric Sciences **55** (1998) 3244–3252.
- [2] K. A. Emanuel, *Divine wind*, Oxford University Press, Oxford, 2005.
- [3] M. C. Navarro, A. M. Mancho, and H. Herrero, *Instabilities in buoyant flows under localized heating*, Chaos **17** (2007) 023105–1-10.

Dibujo de los rayos externos de Douady y Hubbard

*^aG. Pastor, ^aM. Romera, ^aA.B. Orue, ^aA. Martín, ^bM.F. Danca and ^aF. Montoya

^aInstituto de Física Aplicada, CSIC, Serrano 144, 28006 Madrid, Spain

^bRomanian Institute of Science and Technology, Ciresilor 29, 400487 Cluj-Napoca, Romania
email: gerardo@iec.csic.es - URL: <http://www.ifa.csic.es>

RESUMEN

Los rayos externos de Douady y Hubbard son una herramienta gráfica fundamental en el estudio del conjunto de Mandelbrot. Estos rayos externos son dibujados por medio de programas de ordenador a partir de las coordenadas de Böttcher. Sin embargo, un rayo externo no puede ser dibujado en toda su trayectoria y tiene un punto final. Este punto final depende de la precisión del programa de ordenador. Los tres programas de ordenador que nosotros manejamos [1, 2, 3] usan el formato de doble precisión de 64 bits del estándar IEEE 754. En el presente trabajo analizamos las posibilidades que tiene el nuevo formato de cuádruple precisión de 128 bits del estándar IEEE 754-2008 de mejorar el dibujo de los rayos externos del conjunto de Mandelbrot. Con este formato podría aumentarse el tramo de la trayectoria dibujado (y todavía podría aumentarse más en el caso de un hipotético futuro nuevo formato de óctuple precisión de 256 bits, inexistente hoy en día) pero, a pesar de todo, en muchos casos seguiría sin poder dibujarse la trayectoria en un determinado tramo deseado. Cuando el dibujo no es posible en un tramo deseado, se propone un método aproximado para dibujar los rayos externos basado en las líneas de escape y curvas de Bézier.

Bibliografía

- [1] A. Chéritat, *DH_Drawer*. <http://www.math.univ-toulouse.fr/~cheritat/>
- [2] T. Kawahira, *Mandel*. <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~kawahira/programs/mandel.html>
- [3] W. Jung, *Mandel*. <http://www.mndynamics.com/indexp.html>

Estudio de la independencia entre series usando permutaciones

M. Carmen Ruiz Abellón*, José S. Cánovas Peña, Antonio Guillamón Frutos

Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Campus Muralla del Mar, 30203

Cartagena, España

email: maricarmen.ruiz@upct.es

RESUMEN

En este trabajo proponemos un test de independencia entre series temporales usando permutaciones. El test propuesto, que se realiza a través de una tabla de contingencia, se puede llevar a cabo mediante distintos estadísticos comunes como son el chi-cuadrado de Pearson o la razón de verosimilitudes. Además, mostramos la necesidad de usar un test exacto en el caso de que la aproximación asintótica no sea adecuada. El test propuesto se ha aplicado a series simuladas y datos reales mostrando la capacidad de detectar dependencias tanto lineales como no lineales.

Area preserving analytic flows with dense orbits

Gabriel Soler López*

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Paseo Alfonso XIII, 52
30203–Cartagena (Spain)
email: gabriel.soler@upct.es - URL: <http://filemon.upct.es/gabi>

ABSTRACT

The aim of this paper is to give sufficient conditions on area-preserving flows that guarantee the existence of dense orbits. We also answer a question by M. D. Hirsch, [1]. The results of this work are a generalization of the ones in [1] and [2].

In particular we generalize the following result.

Theorem (M.D. Hirsch and H. Marzougui,[1, 2])

Let S be a compact connected surface and let $\Phi : \mathbb{R} \times S \rightarrow S$ be an area-preserving smooth flow such that $\text{Sing}(\Phi)$ is totally disconnected. Then Φ has a dense orbit if and only if Φ has not periodic orbits and $\text{Sing}(\Phi) \cup \{x : \omega_\Phi(x) \cup \alpha_\Phi(x) \subset \text{Sing}(\Phi)\}$ does not separate S .

As usually for any $U \subset S$, $\text{Bd}U$ and $\text{Int}U$ respectively denote the topological boundary and the interior of U . Our main results are the two following and generalize the previous one.

Theorem

Let S be a compact connected surface and let $\Phi : \mathbb{R} \times S \rightarrow S$ be an area-preserving (continuous) flow. Φ has a dense orbit if and only if the following statements hold:

1. Φ has not periodic orbits.
2. $\text{Int}(\text{Sing}(\Phi)) = \emptyset$.
3. $\text{Sing}(\Phi) \cup \{x : \omega_\Phi(x) \cup \alpha_\Phi(x) \subset \text{Sing}(\Phi)\}$ does not separate S .

We remark that Denjoy flow satisfies (1), (2) and (3) in the above theorem but it does not have a dense orbit because it is not area-preserving.

Theorem

Let S be a compact connected surface and let $\Phi : \mathbb{R} \times S \rightarrow S$ be an area-preserving analytic flow such that $\text{Sing}(\Phi) \neq S$. Φ has a dense orbit if and only if the following statements hold:

1. Φ has not periodic orbits.
2. $\text{Sing}(\Phi) \cup \{x : \omega_\Phi(x) \cup \alpha_\Phi(x) \subset \text{Sing}(\Phi)\}$ does not separate S .

Bibliography

- [1] M. D. Hirsch, Dense recurrence in area-preserving flows on surfaces, *Nonlinearity* **12** (1999) 1545–1553.
- [2] H. Marzougui, Area preserving flows with a dense orbit, *Nonlinearity* **15** (2002) 1379–1384.

Series temporales

Variabilidad de la dinámica de la temperatura del aire con el tiempo de adquisición de datos

M.M. Artigao*, J.J. Miralles, J. Fenollar, J.A. Martínez

Universidad de Castilla-La Mancha
Departamento de Física Aplicada, Campus de Albacete, 02071 Albacete, España
email: mariamar.artigao@uclm.es

RESUMEN

El sistema climático puede ser considerado como un sistema dinámico complejo que evoluciona con el tiempo. Dicho sistema está constituido por varios subsistemas, dentro de los cuales se puede considerar la temperatura del aire, como una de las magnitudes que juega un papel relevante en modelos de circulación general y balance hídrico.

Dado que este tipo de subsistemas obedecen a un comportamiento no lineal, el análisis no lineal de series temporales parece un marco adecuado para intentar determinar la dinámica del observable en cuestión.

En este trabajo, a partir de una serie temporal de temperatura del aire, con un tiempo de adquisición de 1 minuto, se han obtenido diversas series temporales mediante la integración del tiempo de adquisición. Tanto para la serie original como para las integradas se ha llevado a cabo la reconstrucción del espacio de estados, y a partir de la misma, se han calculado los exponentes máximos de Lyapunov asociados, con el fin de estimar la posible dependencia de éstos con el tiempo de adquisición. Los datos originales se han obtenido de la estación meteorológica de nuestro grupo, situada en la Agrupación Politécnica Superior de Albacete.

Para llevar a cabo este estudio se han utilizado las librerías TISEAN [1] que permiten determinar el tiempo de retardo y la dimensión mínima de embedding, a partir del Teorema de reconstrucción de Takens [2].

Bibliografía

- [1] Hegger. R., Kantz. H., Schreiber. T., *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, Chaos **9** (1999), 413–435.
- [2] Takens F., *Detecting strange attractors in turbulence*, in Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, **898** (1981), 366–381.

Análisis no lineal de series temporales de una plataforma océano-meteorológica

J. Fenollar *, J.J. Miralles, M.M. Artigao, J.A. Martínez

Universidad de Castilla-La Mancha
Departamento de Física Aplicada, Campus de Albacete, 02071 Albacete, España
email: jose.fenollar@uclm.es

RESUMEN

La información aportada por las plataformas oceanográficas es de gran importancia para la comunidad científica, en particular para la meteorológica, así como para la pesquera, náutica y marítima. Los datos sirven para la calibración y validación de medidas que se realizan por satélite, asimismo pueden ser asimilados en modelos atmosféricos y oceánicos de cambio climático. Esta información se implementa en series temporales de observables físicos, químicos e incluso biológicos asociados a la dinámica de la interacción océano-atmósfera.

En la presente contribución, se ha realizado un análisis no lineal de las series temporales [1], de los datos suministrados por una plataforma océano-meteorológica.

En particular se ha reconstruido el espacio de estados [2], asociados a las series temporales de temperatura del aire, y temperaturas de mar, registradas a unas profundidades respectivas de 5 m, 10 m y 18 m, en las cercanías de las costas de Galicia, en concreto de la estación automática de la plataforma oceanográfica Pilar de Rande, del Instituto Tecnológico para el Control del Medio Marino de Galicia (INTECMAR) (www.intecmar.org).

Entre otros datos, esta plataforma aporta información sobre la temperatura del agua y del aire, la humedad relativa y la salinidad, datos que se usan, por ejemplo, para estudiar si hay cambio climático y cómo afecta dicho cambio al Océano Atlántico.

En nuestro estudio, a partir de la reconstrucción del espacio de estados de las series temporales, calculamos los exponentes de Lyapunov máximos, y comparamos las ventanas de predictibilidad asociadas, con las predicciones realizadas.

Bibliografía

- [1] Hegger. R., Kantz. H., Schreiber. T., *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, Chaos **9** (1999), 413–435.
- [2] Takens F., *Detecting strange attractors in turbulence*, in Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, **898** (1981), 366–381.

Variabilidad de la dinámica de la velocidad de viento con el tiempo de adquisición de datos

J.A. Martínez*, M.M. Artigao, J.J. Miralles, J. Fenollar

Universidad de Castilla-La Mancha
Departamento de IEEAC, Campus de Albacete, 02071 Albacete, España
email: Juan.MMartinez@uclm.es

RESUMEN

Dentro de las variables que intervienen en el sistema climático, no cabe duda de que la velocidad del viento es una de las que más influyen sobre el resto, así como, seguramente, la que más variabilidad presenta. Los dataloggers que tratan los datos adquiridos por cualquier tipo de sensor, suelen realizar un muestreo de datos con una periodicidad elevada, pero habitualmente no almacenan todos estos datos, sino que realizan medias (que son las almacenadas) con períodos más elevados (normalmente por problemas de tamaño de memoria de almacenamiento). Un valor típicamente utilizado para el almacenamiento es de 10 minutos.

La pregunta que podemos hacernos es ¿como afecta esa integración de datos a la caracterización de la serie temporal finalmente obtenida?. En principio podría no afectar (cosa que creemos improbable), pero lo esperado es que produzca efectos anómalos, en mayor medida cuanto más alargada sea esa integración. El efecto final puede ser bastante inesperado, dependiendo del tipo de comportamiento básico de la magnitud con que se trabaje: las que tengan mayor *inercia* presentarán pequeñas variaciones, pero las que presenten una variabilidad *intrínseca*, pueden desembocar en series temporales con una caracterización completamente distinta a la original.

Para este estudio, utilizaremos una serie temporal de velocidades de viento, con un tiempo de adquisición de 10 minutos, durante el año 2008 (sin huecos). Como es obvio, no se podrán hacer integraciones elevadas, porque ello reduciría considerablemente el número de datos disponibles para la serie final.

Para llevar a cabo este estudio se ha utilizado el toolbox OpenTStools [1], el cual permite determinar el tiempo de retardo y la dimensión mínima de embedding, a partir del método de Cao [2], así como el cálculo del exponente máximo de Lyapunov, mediante un método muy similar al de Wolf [3].

Bibliografía

- [1] Merkwirth, Christian and Parlitz, Ulrich and Wedekind, Immo and Lauterborn, Werner, *TSTOOL User Manual*, (2002).
- [2] Cao, Liangyue, *Practical method for determinig the minimun embedding dimension of a scalar time series*, Physica D, **110** (1997), 43–50.
- [3] Wolf, Alan and Swift, Jack B. and Swinney, Harry L. and Vastano, *Determining Lyapunov Exponents from a Time Series*, Physica D, **16** (1985), 285–317.

Estudio de la sincronización de series temporales de temperatura a partir del análisis cuantitativo de las recurrencias de las series

Lourdes Molera^{1*}, M. Victoria Caballero¹, M. Mar Artigao², Juan José Miralles²,
José Fenollar²

¹Universidad de Murcia

²Universidad de Castilla-La Mancha
email: lmolera@um.es

RESUMEN

En este trabajo se aplican medidas basadas en la recurrencia para investigar el tipo de relación existente entre datos de temperatura recogidos por diferentes sensores colocados en una boya de la costa gallega. Los sensores se sitúan en el aire, en la superficie del mar y a dos niveles de profundidad dentro del agua. Para cada una de las cuatro series se reconstruye el espacio de estados del sistema dinámico de procedencia mediante el teorema de Takens, obteniéndose cuatro series vectoriales, para las que se construyen los gráficos de recurrencia, recurrencia cruzada y recurrencia conjunta [1]. Después, se realiza el análisis cuantitativo de dichos gráficos y se calculan medidas de sincronización no lineal, que se contrastan mediante un algoritmo de datos sustitutivos [2] (surrogate data).

Bibliografía

- [1] N. Marwan, M.C. Romano, M. Theil and J. Kurths, *Recurrence plots for the analysis of complex systems*, Physics Reports **438** (2007), 237–329.
- [2] M. Romano, M. Thiel, J. Kurths, K. Mergenthaler R. Engbert, *Hypothesis test synchronization: Twin surrogates revisited*, Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science **19** (1) (2009), 015108.

Series temporales y aplicaciones

Estudio de índices bursátiles utilizando RQA

Caballero Pintado, M.V.* , Molera Peris, L.

Universidad de Murcia
Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, Campus de
Espinardo, 30100 Murcia, España
email: mvictori@um.es

RESUMEN

En el estudio de series temporales no lineales, los gráficos de recurrencia son una herramienta que permite visualizar los estados que están próximos en el espacio de fases reconstruido (teorema de Takens). Se pueden utilizar para el estudio de una serie temporal (recurrence plot, RP) o bien de dos series temporales medidas en la misma unidad y reconstruidas en un espacio de la misma dimensión (cross recurrence plot, CRP)([1]). En ambos casos, el análisis cuantitativo de los estados recurrentes (RQA) permite detectar cambios o transiciones en la dinámica de una serie temporal o bien la presencia de correlaciones no lineales entre dos series temporales que no pueden ser detectadas con la función de correlación ([2]).

Además si se tienen varias series temporales, una vez obtenidos sus gráficos de recurrencia en sus respectivos espacios de estados (no necesariamente tienen que tener la misma dimensión), se pueden estudiar los momentos en los que las series recurren simultáneamente y se comportan de modo análogo (joint recurrence, JRP) ([3]).

En este trabajo se aplica esta herramienta de análisis de series temporales a datos diarios, desde enero de 1994 hasta el 15 de marzo de 2010, al cierre, de los índices IBEX-35, S&P500, NASDAQ y NIKKEI (<http://finance.yahoo.com>), realizándose su estudio gráfico y cuantitativo de los estados recurrentes.

Bibliografía

- [1] N. Marwan, M.C. Romano, M. Theil and J. Kurths, *Recurrence plots for the analysis of complex systems*, Physics Reports **438** (2007), 237–329.
- [2] N. Marwan and J. Kurths, *Nonlinear analysis of bivariate data with cross recurrence plots*, Physics Letters A **302** (5-6) (2002), 299–307.
- [3] M. Romano, M. Thiel, J. Kurths and W. von Bloh, *Multivariate Recurrence Plots*, Physics Letters A **330** (2004), 214–223

Correlaciones de largo alcance en secuencias binarias

C. Carretero Campos*, P. Bernaola-Galván, A. V. Coronado y P. Carpena

Universidad de Málaga
 Departamento de Física Aplicada II, Campus de Teatinos, 29071 Málaga, España
 email: ccarretero@uma.es

RESUMEN

Muchos sistemas naturales o artificiales (señales fisiológicas, series de valores bursátiles, etc) poseen correlaciones de largo alcance que son el reflejo de dinámicas no lineales subyacentes. En muchos casos interesa saber cuándo una señal se encuentra por encima o por debajo de un umbral dado (ej. cuándo un valor bursátil supera determinado precio o el ritmo cardíaco sobrepasa un cierto límite), lo que da lugar a una señal binaria: 1 si está por encima del umbral, -1 por debajo. Las correlaciones de esta señal binaria cambian con respecto a la señal original. Presentamos un estudio sistemático del cambio que se produce considerando como umbral el 0 y a partir de una señal con valores reales generada con correlaciones controladas. Con este umbral la señal binaria contiene la información del cambio de signo. Cuantificaremos las correlaciones con una de las mejores herramientas desarrolladas en los últimos años, el exponente α del DFA[1]: $\alpha = 0.5$ indica aleatoriedad, $\alpha > 0.5$ correlaciones positivas y $\alpha < 0.5$ negativas. Hemos medido las correlaciones de la señal original (α_{real}) y la binaria obtenida a partir de ella (α_{bin}), y encontramos 4 regímenes de comportamiento (Fig. ??): si $\alpha_{\text{real}} < 0.5$ el cambio de signo es aleatorio ($\alpha_{\text{bin}} \equiv 0.5$); si $0.5 < \alpha_{\text{real}} < 1$ entonces $\alpha_{\text{bin}} \equiv \alpha_{\text{real}}$ mientras que si $1 < \alpha_{\text{real}} < 2$ se reducen las correlaciones de la señal binaria ($\alpha_{\text{bin}} = \frac{\alpha_{\text{real}}+1}{2}$); finalmente, para $\alpha_{\text{real}} > 2$, α_{bin} satura en 1.5, el máximo exponente que puede medir el DFA en una secuencia binaria.

Bibliografía

- [1] C.-K. Peng et al., *Mosaic organization of DNA nucleotides*, Phys. Rev. E **49** (1994), 1685.

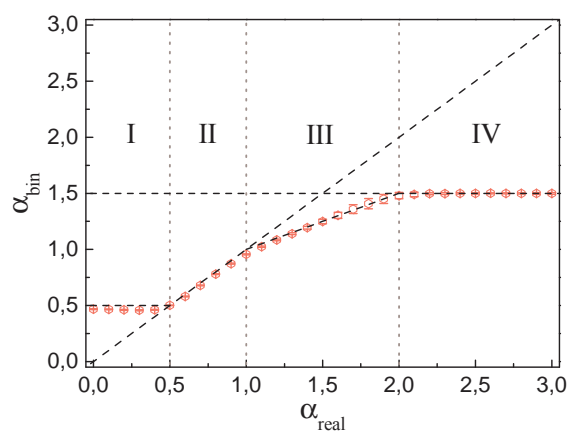


Figura 1: Representación de los 4 regímenes de comportamiento para α_{bin} en función de α_{real}

An asymptotic sampling recombination theorem for Gaussian signals

Juan Luis García Guirao

Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Hospital de Marina, 30202–Cartagena,
España
email: juan.garcia@upct.es - URL: <http://www.dmae.upct.es/~jlguirao/>

ABSTRACT

The aim of the present contribution is to state for any Gaussian signal and every given sampling frequency an asymptotic property of type Shannon's sampling theorem, based on normalized cardinal sines, which keeps constant the sampling frequency. We generalize the Shannon's sampling theorem for a class of non band-limited signals which plays a central role in the signal theory, the Gaussian map is the unique function which reaches the minimum of the product of the temporal and frequencial width. This solve a conjecture stated in [1] and suggested by [2].

Bibliography

- [1] A. Antuña, J.L.G. Guirao and M.A. López, *On an asymptotic sampling Shannon type re-composition property*, Journal of Supercomputing, to appear.
- [2] R.P. Boas Jr., *Summation formulas and band-limited signals* Tohoku Math. J., **24**, (1972), 121-125.

Un método de Monte Carlo para la estimación adaptativa de parámetros y variables dinámicas de un sistema caótico

Inés P. Mariño*, Joaquín Míguez, Riccardo Meucci

*Universidad Rey Juan Carlos

Departamento de Física, C/Tulipán s/n, 28933 Móstoles, Madrid, España
email: ines.perez@urjc.es - URL: <http://www.fisica.escet.urjc.es/abc>

RESUMEN

El *objetivo* de este trabajo es presentar un método de Monte Carlo secuencial para la estimación conjunta de variables dinámicas y parámetros fijos en sistemas caóticos.

Resultados: Llevamos a cabo una descripción general de un procedimiento estocástico adaptativo para la estimación conjunta de variables dinámicas y de parámetros fijos de un sistema caótico [1] y lo aplicamos a dos ejemplos concretos [2, 3]. El primero de ellos es un modelo de 5 dimensiones de un láser de CO₂ para el cual estimamos conjuntamente las cinco variables y un parámetro estático a partir de la observación experimental de la intensidad del láser.

El segundo caso de aplicación es un modelo de dos variables que se utiliza para representar la dinámica de los lazos de realimentación optoelectrónica diseñados para comunicaciones caóticas sobre enlaces de fibra óptica. Este sistema resulta interesante porque el estado del modelo dinámico discretizado crece con el retardo de la realimentación. Para el ejemplo específico que utilizamos, el vector de estado en tiempo discreto incluye 227 variables dinámicas. También se observa que para dicho sistema la dinámica cambia significativamente con la intensidad de la realimentación y que el error de estimación crece a medida que aumenta el mayor exponente de Lyapunov, obteniéndose resultados apropiados si el número de observaciones por unidad de tiempo es lo suficientemente grande.

Conclusiones: El método de estimación presentado se basa en la actualización recursiva de las estimaciones de los parámetros fijos y las variables dinámicas mediante la minimización secuencial del error de predicción de las observaciones del sistema dinámico. Es, por lo tanto, un procedimiento puramente secuencial y válido para su implementación en tiempo real. Se ha demostrado su validez tanto con datos experimentales como mediante simulación numérica, en este último caso para un sistema de elevada dimensión.

Bibliografía

- [1] I.P. Mariño, J. Míguez y Riccardo Meucci, *Monte Carlo method for adaptively estimating the unknown parameters and the dynamic state of chaotic systems*, Phys. Rev. E **79** (2009), 056218.
- [2] M. Ciofini, A. Labate, R. Meucci y M. Galanti, *Stabilization of unstable fixed points in the dynamics of a laser with feedback*, Phys. Rev. E **60** (1999), 398–402.
- [3] A.B. Cohen, B. Ravoori, T.E. Murphy y R. Roy, *Using synchronization for prediction of high-dimensional chaotic dynamics*, Phys. Rev. Lett **101** (2008), 154102.

La estructura centro-periferia de los sistemas inter-industriales

María Semitiel García*, Pedro Noguera Méndez

Universidad de Murcia

Departamento de Economía Aplicada, Campus de Espinardo, 30100 Murcia, España
email: mariase@um.es - URL: <http://www.um.es/dp-econ-aplicada>

RESUMEN

En el presente artículo se analizan los datos Input-Output de España correspondientes al periodo 1970-2005 para estudiar la estructura de las redes inter-industriales. Para ello se ha aplicado Teoría de Redes (Network Theory) y Análisis de Redes Sociales (Social Network Analysis), con el objetivo de analizar el cambio estructural que se ha producido en dichas redes. Una de las posibles estructuras se corresponde con redes scale-free, cuando se puede identificar una distribución power law de los grados de los nodos (en este caso sectores económicos). Se ha demostrado que las redes scale-free son las estructuras que permiten unos procesos de difusión más rápidos y eficientes [1, 3, 4] especialmente cuando la difusión se inicia en los nodos de mayor grado, denominados hubs o incluso “superdifusores” [2]. Así, se desarrolla un proceso de propagación que sigue una dinámica jerárquica, pasando de los nodos centrales (centro de la red) a los de menor grado (semi-periferia y periferia). Estos resultados son extremadamente relevantes en el caso de la difusión de conocimiento e innovaciones que tiene lugar en los sistemas económicos. Las cuestiones planteadas en este trabajo respecto al el sistema inter-industrial español son: ¿muestra una topología scale-free? ¿cómo ha evolucionado esa tipología en los últimos treinta años? ¿es posible identificar sectores que actúan como hubs o “super-difusores”? ¿se pueden diseñar políticas específicas que faciliten la difusión de ideas, conocimiento e innovación? Los resultados alcanzados en este trabajo permiten contestar afirmativamente a todas las preguntas planteadas. Sin embargo, en el diseño de las políticas públicas de innovación en España no se tienen en cuenta los aspectos relacionales ni se plantea dirigir los esfuerzos a los sectores que permitirían una mayor difusión de las innovaciones ni a las relaciones que esos sectores mantienen con el resto. Como conclusión, se realiza una propuesta de intervención pública que tenga en cuenta estos aspectos, para tener una mayor incidencia en el crecimiento y en el desarrollo económico.

Bibliografía

- [1] A.-L. Barabási, *Scale-free networks: a decade and beyond*, Science **325** (2009), 412-3.
- [2] M. Barthélemy, A. Barrat, R. Pastor-Satorras y A. Vespignani, *Velocity and hierarchical spread of epidemic outbreaks in scale-free networks*, Physical Review Letters **92**, **17** (2008), 1787011-4.
- [3] D. López-Pintado, *Diffusion in complex social networks*, Games and Economic Behavior **62** (2008), 573-90.
- [4] R. Pastor-Satorras y A. Vespignani, *Epidemic spreading in scale-free networks*, Physical Review Letters **86**, **14** (2001), 3200-3.

Listado de participantes

Jacobo **Aguirre Araujo**

(Centro de Astrobiología INTA-CSIC)

DIRECCIÓN: *Ctra. Ajalvir Km. 4, 28850-Torrejón de Ardoz (Madrid)*

E-MAIL: aguirrea@inta.es

María **Anguiano Moreno**

(Universidad de Sevilla, Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico)

DIRECCIÓN: *c/ Tarfia s/n*

E-MAIL: anguiano@us.es

María del Mar **Artigao Castillo**

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Física Aplicada-GIISD)

DIRECCIÓN: *Avda España s/n*

E-MAIL: mariammar.artigao@uclm.es

Francisco **Balibrea Gallego**

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: balibrea@um.es

María del Carmen **Balsas Ramón**

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *Avenida Doctor Fleming s/n. 30202-Cartagena (Murcia)*

E-MAIL: mdebr1977@hotmail.com

Alfonso **Baños**

(Universidad de Murcia, Departamento de Informática y Sistemas)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: abanos@um.es

Rosa María **Benito**

(Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Física y Mecánica)

DIRECCIÓN: *Grupo de Sistemas Complejos. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos, 28040-Madrid*

E-MAIL: rosamaria.benito@upm.es

Alfonso **Blasco Sanz**

(Universidad de Burgos, Escuela politécnica superior)

DIRECCIÓN: *Campus del Vena. Avenida de cantabria s/n 09006-Burgos*

E-MAIL: ablasco@ubu.es

Fernando Blesa

(Universidad de Zaragoza, Departamento de Física Aplicada)

DIRECCIÓN: *Facultad de Veterinaria, c/ Miguel Servet 177, 50013-Zaragoza*

E-MAIL: fblesa@unizar.es

M^a Victoria Caballero Pintado

(Universidad de Murcia, Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa)

DIRECCIÓN: *Facultad de Economía y Empresa, 30100-Murcia*

E-MAIL: mvictori@um.es

Manuel Calixto Molina

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *Paseo Alfonso XIII, 52. 30203-Cartagena*

E-MAIL: Manuel.Calixto@upct.es

Francisco José Calvo Garzón

(Universidad de Murcia, Departamento de Filosofía)

DIRECCIÓN: *Facultad de Filosofía, Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: fjalvo@um.es

Jose S. Cánovas Peña

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n. 30202-Cartagena*

E-MAIL: jose.canovas@upct.es

Concepción Carretero Campos

(Universidad de Málaga, Departamento de Física Aplicada II)

DIRECCIÓN: *Campus de Teatinos, 29071-Málaga*

E-MAIL: ccarretero@uma.es

Antonio Cascales Vicente

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: antoniacascales@yahoo.es

Ricardo Chacón García

(Universidad de Extremadura, Departamento de Física Aplicada)

DIRECCIÓN: *Escuela de Ingenierías Industriales, Apartado 382, 06071-Badajoz*

E-MAIL: rchacon@unex.es

Joanna Chrobak

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Facultad de Químicas, Avda. Camilo José Cela Nº 3, 13071-Ciudad Real*

E-MAIL: Joanna.Chrobak@uclm.es

Juan Carlos Conesa

(Universitat Autònoma de Barcelona, Departament d'Economia i Història Econòmica)

DIRECCIÓN: *Campus de Bellaterra, Cerdanyola del Vallès, 08193-Barcelona*

E-MAIL: jcconesa@gmail.com

Francisco Crespo Cutillas

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30071-Murcia, España*

E-MAIL: francisco.crespo@um.es

Abraham De la Rosa Ibarra

(Universidad Politécnica de Cataluña, Departamento de Matemática Aplicada I)

DIRECCIÓN: *ETSEIB, 08028-Barcelona*

E-MAIL: abraham.de.la.rosa@upc.edu

Esteban Domingo(Centro de Biología Molecular *Severo Ochoa* (CSIC-UAM))DIRECCIÓN: *Campus de Cantoblanco, Madrid.*

E-MAIL: edomingo@cbm.uam.es

Francisco Javier Escribano Aparicio

(Universidad de Alcalá, Departamento de Teoría de la señal y comunicaciones)

DIRECCIÓN: *28805-Alcalá de Henares*

E-MAIL: francisco.escribano@uah.es

Ariadna Farrés Basiana

(Universidad de Barcelona, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Gran Via de les Corts Catalanes 585*

E-MAIL: ari@maia.ub.es

José Fenollar Moncho

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Física Aplicada)

DIRECCIÓN: *Agrupación Politécnica Superior. Avda. de España s/n, 02071-Albacete*

E-MAIL: jose.fenollar@uclm.es

Pedro Fernández de Córdoba Castellá

(Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Camino de Vera s/n, 46022-Valencia*

E-MAIL: pfernandez@mat.upv.es

Soledad Fernández García

(Universidad de Sevilla, Departamento de Matemática Aplicada II)

DIRECCIÓN: *Escuela Técnica Superior de Ingenieros*

E-MAIL: soledad@us.es

Natalia Fuentes Díaz

(Universidad de Huelva, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Campus El Carmen, Av. 3 de Marzo, 21071 Huelva*

E-MAIL: natalia.fuentes@dmat.uhu.es

Juan Luis García Guirao

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: juan.garcia@upct.es

Elisabeth García Medina

(Universidad de Sevilla, Departamento de Matemática Aplicada II)

DIRECCIÓN: *Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092-Sevilla*

E-MAIL: egarme@us.es

Dolors Gil Domenech

(Universidad de Barcelona, Matemática Económica, Financiera Y Actuarial)

DIRECCIÓN: *Diagonal 690, 08034-Barcelona*

E-MAIL: d.gil@ub.edu

Julián Jesús Gonzalez

(Universidad de La Laguna, Fisiología)

DIRECCIÓN: *Carretera La Cuesta-Taco s/n*

E-MAIL: jugonzal@ull.es

Julio Guerrero García

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Facultad de Informática, Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: juguerre@um.es

Antonio Guillamón Frutos

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: antonio.guillamon@upct.es

Henar Herrero Sanz

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Facultad de Químicas, Avda. Camilo José Cela 10, 13071-Ciudad Real*

E-MAIL: Henar.Herrero@uclm.es

Jaime Iranzo Sanz

(Centro de Astrobiología (CSIC-INTA))

DIRECCIÓN: *Ctra de Ajalvir, km 4, 28850-Torrejón de Ardoz (Madrid)*

E-MAIL: iranzosj@inta.es

Elena Soledad Jiménez Ayala

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: elena.jimenez@upct.es

Víctor Jiménez López

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: vjimenez@um.es

Angel Jorba

(Universidad de Barcelona, Departamento de Matemática Aplicada y Análisis)

DIRECCIÓN: *Gran Via 585, 08007-Barcelona*

E-MAIL: angel@maia.ub.es

Ester Lázaro Lázaro

(Centro de Astrobiología (INTA-CSIC), Departamento de Evolución Molecular)

DIRECCIÓN: *Ctra de Ajalvir Km 4, 28850-Torrejón de Ardoz, Madrid*

E-MAIL: lazarolm@inta.es

Inmaculada Leyva Callejas

(Universidad Rey Juan Carlos, Teoría de la Señal y Comunicaciones (URJC))

DIRECCIÓN: *Escuela Sup. de Telecomunicaciones. Camino del Molino s/n. 28943-Fuenlabrada*

E-MAIL: inmaculada.leyva@urjc.es

Jaume Llibre

(Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Matemàtiques)

DIRECCIÓN: *Bellaterra, 08193-Barcelona (Catalonia)*

E-MAIL: jllibre@mat.uab.cat

Ricardo López Ruiz

(Universidad de Zaragoza, DIIS-BIFI)

DIRECCIÓN: *50009-Zaragoza*

E-MAIL: rilopez@unizar.es

Juan Carlos Losada González

(Universidad Politécnica de Madrid, Grupo de Sistemas Complejos)

DIRECCIÓN: *Av. Juan de Herrera, 6. 28040-Madrid*

E-MAIL: juancarlos.losada@upm.es

Susana Manrubia

(Centro de Astrobiología, INTA-CSIC)

DIRECCIÓN: *Ctra de Ajalvir, Km. 4, 28850-Torrejón de Ardoz (Madrid)*

E-MAIL: cuevasms@inta.es

Karina Daniela Marín

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*

E-MAIL: karina.marin@um.es

Antonio Miguel Márquez Durán

(Universidad Pablo de Olavide, Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica)

DIRECCIÓN: *Ctra. de Utrera Km. 1, 41013-Sevilla*

E-MAIL: ammardur@upo.es

Miguel Ángel Martín

(Universidad Politécnica de Madrid, Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *ETSI Agrónomos, 28040-Madrid*

E-MAIL: miguelangel.martin@upm.es

Javier Martín Buldú

(Universidad Rey Juan Carlos, Teoría de la Señal y Comunicaciones)

DIRECCIÓN: *Camino del Molino s/n, 28943-Fuenlabrada*

E-MAIL: javier.buldu@urjc.es

Agustín Martín Muñoz

(Instituto de Física Aplicada (CSIC), Tratamiento de la Información y Codificación)

DIRECCIÓN: *Serrano 144*

E-MAIL: agustin@iec.csic.es

Alicia Martínez González

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Universidad de Castilla-La Mancha, 13071-Ciudad Real*

E-MAIL: alicia.martinez@uclm.es

Juan Antonio Martínez Martínez

(Universidad de Castilla la Mancha, IEEAC)

DIRECCIÓN: *Escuela de Ingenieros Industriales. Campus Universitario. 02071-Albacete*

E-MAIL: Juan.MMartinez@uclm.es

Humberto Michinel

(Universidad de Vigo, Física Aplicada)

DIRECCIÓN: *Facultade de Ciencias. Campus de Ourense s/n. 32004-Ourense*

E-MAIL: hmichinel@uvigo.es

Juan José Miralles Canals

(Universidad de Castilla la Mancha)

DIRECCIÓN: *Avenida de España s/n, Albacete*

E-MAIL: juan.miralles@uclm.es

Lourdes Molera Peris

(Universidad de Murcia, Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa)

DIRECCIÓN: *Facultad de Economía y Empresa. 30100-Murcia*

E-MAIL: lmolera@um.es

Francisco Javier Molero Madrid

(Universidad de Murcia, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Avda Teniente Flomesta, 5. 30003-Murcia*

E-MAIL: franciscojavier.molero@um.es

Francisco Javier Morillas Jurado

(Universitat de València, Departamento de Economía Aplicada)

DIRECCIÓN: *Facultat d'Economia, Campus dels Tarongers s/n, 46022 - Valencia*

E-MAIL: francisco.morillas@uv.es

Mary Luz Mouronte López

(Telefónica Investigación y Desarrollo)

DIRECCIÓN: *c/ Emilio Vargas Nº 6. 28043-Madrid*

E-MAIL: mlml@tid.es

David Nóvoa Fernández

(Universidad de Vigo, Departamento de Física Aplicada)

DIRECCIÓN: *Área de Óptica, Facultade de Ciencias de Ourense, Campus As Lagoas s/n*

E-MAIL: dnovoa@uvigo.es

Montserrat Navarro

(Universitat de Barcelona, Departament Matemàtica Aplicada i Anàlisi)

DIRECCIÓN: *Gran Via, 585, 08007-Barcelona*

E-MAIL: montse@maia.ub.es

María Cruz Navarro Lérída

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Facultad de CC. Químicas, Avda. Camilo José Cela 10, 13071-Ciudad Real*

E-MAIL: mariacruz.navarro@uclm.es

Gaspar Orriols Tubella

(Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Física)

DIRECCIÓN: *Facultat de Ciències, 08193-Cerdanyola del Vallès*

E-MAIL: gaspar.orriols@uab.es

Silvestre Paredes Hernández

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: Silvestre.Paredes@upct.es

Gerardo Pastor Dégado

(Instituto de Física Aplicada (CSIC))

DIRECCIÓN: *Serrano 144, 28006-Madrid*

E-MAIL: gerardo@iec.csic.es

Victor Manuel Pérez García

(Universidad de Castilla la Mancha, Departamento de Matemáticas)

DIRECCIÓN: *Avda. Camilo José Cela, 3, ETSII, 13071-Ciudad Real*

E-MAIL: victor.perezgarcia@uclm.es

Inés Pérez Mariño

(Universidad Rey Juan Carlos, Departamento de Física)

DIRECCIÓN: *c/ Tulipán s/n, 28933-Móstoles (Madrid)*

E-MAIL: ines.perez@urjc.es

Eva Marina Pérez Bueno

(Universitat de Barcelona, Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi)

DIRECCIÓN: *c/ Gran Via, 585*

E-MAIL: evampn@maia.ub.es

Francisco Periago

(Universidad Politécnica de Cartagena, Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: f.periago@upct.es

Miguel Reyes

(Universidad Politécnica de Madrid, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *Facultad de Informática, Campus de Montegancedo s/n, 28660-Boadilla del Monte (Madrid)*

E-MAIL: mreyes@fi.upm.es

Manuel **Reyes Columé**
(Universidad de Huelva, Departamento de Matemáticas)
DIRECCIÓN: *Campus de El Carmen, 21071-Huelva*
E-MAIL: colume@uhu.es

Luis Felipe **Rivero Garvía**
(Universidad de Sevilla, Departamento E.D.A.N.)
DIRECCIÓN: *Facultad de Matemáticas, Apdo. Correos 1160, 41080-Sevilla*
E-MAIL: lfeliperiverog@us.es

Francisco **Ródenas Escriba**
(Universidad Politécnica de Valencia, Departamento de Matemática Aplicada)
DIRECCIÓN: *Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Camino de Vera s/n46022-Valencia*
E-MAIL: frodenas@mat.upv.es

María del Carmen **Ruiz Abellón**
(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)
DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*
E-MAIL: maricarmen.ruiz@upct.es

María **Semitiel García**
(Universidad de Murcia, Departamento de Economía Aplicada)
DIRECCIÓN: *Facultad de Economía y Empresa*
E-MAIL: mariase@um.es

Irene **Sendiña Nadal**
(Universidad Rey Juan Carlos, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones)
DIRECCIÓN: *Camino del Molino s/n, 28943-Fuenlabrada*
E-MAIL: irene.sendina@urjc.es

Gabriel **Soler López**
(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)
DIRECCIÓN: *Paseo Alfonso XIII 52, 30203-Cartagena*
E-MAIL: gabriel.soler@upct.es

Francisco Alejandro **Soler Vera**
(Universidad de Murcia, Departamento de Matemática Aplicada)
DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30071-Murcia*
E-MAIL: fasoler@gmail.com

Dimas Noé **Tejada Tejada**
(Universidad de Murcia, Departamento de Matemáticas)
DIRECCIÓN: *Campus de Espinardo, 30100-Murcia*
E-MAIL: dimas_tejada@hotmail.com

Francisco **Torres Peral**
(Universidad de Sevilla, Departamento de Matemática Aplicada II)
DIRECCIÓN: *Departamento de Matemática Aplicada II*
E-MAIL: ftorres@us.es

José Valero Cuadra

(Universidad Miguel Hernández, Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática)

DIRECCIÓN: *Avda. Universidad s/n*

E-MAIL: jvalero@umh.es

Juan Carlos Vallejo Chavarino

(Universidad Rey Juan Carlos, Departamento de Física)

DIRECCIÓN: *Tulipán s/n, 28933*

E-MAIL: Juan.Carlos.Vallejo@esa.int

Juan Antonio Vera López

(Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística)

DIRECCIÓN: *c/ Doctor Fleming s/n*

E-MAIL: juanantonio.vera@upct.es

Antonio Villar

(Universidad Pablo de Olavide, Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica)

DIRECCIÓN: *Ctra. de Utrera Km. 1, 41013-Sevilla*

E-MAIL: avillar@upo.es

Pablo Villoslada

(Institut d'Investigacions Biomèdiques Agustí Pi i Sunyer)

DIRECCIÓN: *Torre I, Baldiri Reixac 4, 08028-Barcelona*

E-MAIL: pvilloslada@clinic.ub.es

Mario Zacarés González

(Universidad Católica de Valencia, Departamento de Ciencias Experimentales y Matemáticas)

DIRECCIÓN: *c/ Guillem de Castro 94, 46003 Valencia*

E-MAIL: mario.zacares@ucv.es

Manuel Zamora

(Universidad de Granada, Departamento de Matemática Aplicada)

DIRECCIÓN: *c/ Gonzalo Gallas nº 37*

E-MAIL: mzc0708@ugr.es

Comité organizador

- Francisco Balibrea (Universidad de Murcia)
- Victoria Caballero (Universidad de Murcia)
- José Salvador Cánovas (Universidad Politécnica de Cartagena)
- Juan Luis García Guirao (Universidad Politécnica de Cartagena)
- Antonio Guillamón (Universidad Politécnica de Cartagena)
- Víctor Jiménez López (Universidad de Murcia)
- Antonio Linero (Universidad de Murcia)
- Lourdes Molero (Universidad de Murcia)
- Silvestre Paredes (Universidad Politécnica de Cartagena)
- Gabriel Soler (Universidad Politécnica de Cartagena)
- José Carlos Valverde (Univ. Politécnica de Castilla la Mancha)

Comité científico

- Lluís Alsedà (Universidad Autónoma de Barcelona)
- Francisco Balibrea (Universidad de Murcia)
- Rosa Benito (Universidad Politécnica de Madrid)
- Germán de Valcárcel (Universidad Politécnica de Valencia)
- Miguel Ángel Fernández Sanjuán (Universidad Rey Juan Carlos de Madrid)
- Pedro Fernández de Córdoba (Universidad Politécnica de Valencia)
- Mario Floria (Universidad de Zaragoza)
- Enric Fossas (Universidad Politécnica de Cataluña)
- Susana Manrubia (Centro de Astrobiología)
- Francisco Marqués (Universidad Politécnica de Cataluña)
- Víctor Pérez-García (Universidad de Castilla la Mancha)
- Juan Soler (Universidad de Granada)

Relación de autores

- Aguirre Araujo, Jacobo, 83
Anguiano Moreno, María, 39
Artigao Castillo, María del Mar, 115
- Balsas Ramón, María del Carmen, 67
Baños Torrico, Alfonso, 11
Blasco Sanz, Alfonso, 47
Blesa Moreno, Fernando, 48
- Caballero Pintado, María Victoria, 121
Calixto Molina, Manuel, 49
Calvo Garzón, Francisco José, 75
Cánovas Peña, José Salvador, 55
Carretero Campos, Concepción, 122
Cascales Vicente, Antonio, 56
Chacón García, Ricardo, 15
Chrobak, Joanna, 103
Conesa Roca, Juan Carlos, 14
Crespo Cutillas, Francisco, 50
- De la Rosa Ibarra, Abraham, 68
Domingo, Esteban, 16
- Escribano Aparicio, Francisco Javier, 78
- Farrés Basiana, Ariadna, 69
Fenollar Moncho, José, 116
Fernández García, Soledad, 51
Fuentes Díaz, Natalia, 61
- García Guirao, Juan Luis, 123
Gil Doménech, Maria Dolors, 105
González, Julián Jesús, 106
Guerrero García, Julio, 97
- Iranzo Sanz, Jaime, 91
- Jiménez Ayala, Elena Soledad, 70
- Lázaro Lázaro, Ester, 92
- Leyva Callejas, Inmaculada, 31
Llibre Saló, Jaume, 17
López Ruiz, Ricardo, 32
Losada González, Juan Carlos, 19
- Márquez Durán, Antonio Miguel, 40
Martín Buldú, Javier, 84
Martín Martín, Miguel Ángel, 57
Martín Muñoz, Agustín, 108
Martínez González, Alicia, 93
Martínez Martínez, Juan Antonio, 117
Michinel Álvarez, Humberto, 98
Miralles Canals, Juan José, 33
Molera Peris, Lourdes, 118
Molero Madrid, Francisco Javier, 99
Morillas Jurado, Francisco Javier, 41
Mouronte López, Mary Luz, 85
- Nóvoa Fernández, David, 100
Navarro Lérida, Mari Cruz, 109
Navarro Tàpies, Montserrat, 58
- Orriols Tubella, Gaspar, 79
- Pérez Mariño, Inés, 124
Pérez Nueno, Eva Marina, 62
Pastor Dégano, Gerardo, 110
Periago Esparza, Francisco, 22
- Ródenas Escribá, Francisco, 80
Reyes, Miguel, 63
Rivero Garvía, Luis Felipe, 43
Ruiz Abellón, M. Carmen, 111
- Semitiel García, María, 125
Sendiña Nadal, Irene, 87
Soler López, Gabriel, 112
Soler Vera, Francisco Alejandro, 71
- Valero Cuadra, José, 44

Vallejo Chavarino, Juan Carlos, 94

Villar, Antonio, 27

Villoslada, Pablo, 28

Zacarés González, Mario, 35

Zamora, Manuel, 64