



**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) [0,75 p.] Calcule las potencias  $A^2$ ,  $A^3$  y  $A^{2021}$ .
- b) [1,75 p.] Determine la matriz  $X$  que cumple la ecuación  $AX + B^t = 2A$ , donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ .

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ y + z = 0 \\ -x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

- a) [1 p.] Justifique, sin calcular la solución, que se trata de un sistema compatible determinado.
- b) [1,5 p.] Calcule la solución del sistema y compruebe el resultado.

3: Considere la función  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$  definida para todo valor de  $x$ .

- a) [1 p.] Calcule la derivada de  $f(x)$  y determine sus puntos críticos.
- b) [1,5 p.] Justifique si la función tiene algún máximo o mínimo y calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

4: a) [0,5 p.] Compruebe que  $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

b) [1,5 p.] Calcule la integral indefinida  $\int \frac{x^2}{x+1} dx$ .

c) [0,5 p.] Determine la primitiva de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas  $(0, -1)$ .

**El examen continúa por detrás**

**5:** Considere el punto  $P(-3, 5, 0)$  y la recta  $r$  dada por

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$$

- a) **[1,25 p.]** Calcule la ecuación del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular a la recta  $r$ .
- b) **[1,25 p.]** Calcule la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$ .
- 6:** Considere los puntos  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(0, 2, 1)$  y  $C(0, 1, 0)$ .
- a) **[1,5 p.]** Compruebe que están contenidos en un único plano y calcule la ecuación de dicho plano.
- b) **[1 p.]** Calcule el área del triángulo cuyos vértices son los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- 7:** El peso de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 75 kg y desviación típica 5 kg.
- a) **[1 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese más de 80 kg.
- b) **[1,5 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese entre 65 y 90 kg.
- 8:** Una fábrica tiene 3 máquinas que fabrican envases de aluminio. La máquina A produce el 45% del total de envases, la máquina B produce el 30% y la máquina C produce el 25%. Se ha comprobado que el 5% de los envases que produce la máquina A son defectuosos, el 4% de los que produce la máquina B son defectuosos, y el 2% de los que produce la máquina C son defectuosos.
- a) **[1 p.]** Calcule la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso.
- b) **[1,5 p.]** Sabiendo que se ha sacado un envase que no es defectuoso, calcule la probabilidad de que haya sido producido por la máquina C.



**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) [0,75 p.] Calcule las potencias  $A^2$ ,  $A^3$  y  $A^{2021}$ .
- b) [1,75 p.] Determine la matriz  $X$  que cumple la ecuación  $AX + B^t = 2A$ , donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ .

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ y + z = 0 \\ -x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

- a) [1 p.] Justifique, sin calcular la solución, que se trata de un sistema compatible determinado.
- b) [1,5 p.] Calcule la solución del sistema y compruebe el resultado.

3: Considere la función  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$  definida para todo valor de  $x$ .

- a) [1 p.] Calcule la derivada de  $f(x)$  y determine sus puntos críticos.
- b) [1,5 p.] Justifique si la función tiene algún máximo o mínimo y calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

4: a) [0,5 p.] Compruebe que  $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

b) [1,5 p.] Calcule la integral indefinida  $\int \frac{x^2}{x+1} dx$ .

c) [0,5 p.] Determine la primitiva de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas  $(0, -1)$ .

**El examen continúa por detrás**

5: Considere el punto  $P(-3, 5, 0)$  y la recta  $r$  dada por

$$r: \begin{cases} x = 1 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$$

- [1,25 p.]** Calcule la ecuación del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular a la recta  $r$ .
- [1,25 p.]** Calcule la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$ .

6: Considere los puntos  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(0, 2, 1)$  y  $C(0, 1, 0)$ .

- [1,5 p.]** Compruebe que están contenidos en un único plano y calcule la ecuación de dicho plano.
- [1 p.]** Calcule el área del triángulo cuyos vértices son los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

7: El peso de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 75 kg y desviación típica 5 kg.

- [1 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese más de 80 kg.
- [1,5 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese entre 65 y 90 kg.

8: Una fábrica tiene 3 máquinas que fabrican envases de aluminio. La máquina A produce el 45% del total de envases, la máquina B produce el 30% y la máquina C produce el 25%. Se ha comprobado que el 5% de los envases que produce la máquina A son defectuosos, el 4% de los que produce la máquina B son defectuosos, y el 2% de los que produce la máquina C son defectuosos.

- [1 p.]** Calcule la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso.
- [1,5 p.]** Sabiendo que se ha sacado un envase que no es defectuoso, calcule la probabilidad de que haya sido producido por la máquina C.



## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

### OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

### OBSERVACIONES PARTICULARES:

#### CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto de  $A^2 = I$  [0,25 p.]. Cálculo correcto de  $A^3 = A$  [0,25 p.]. Justificación correcta de  $A^{2021} = A$  [0,25 p.].

**Apartado b)** Expresión correcta de  $X$  en términos de  $A$  y  $B$ , y de sus matrices inversas y/o traspuestas [0,75 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [1 p.].

#### CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el sistema es compatible determinado (solución única) [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto de la solución [1 p.]. Comprobación de la solución [0,5 p.].

#### CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto de la derivada de la función [0,5 p.].

Cálculo correcto de los puntos críticos  $x = \pm 1$  [0,5 p.].

**Apartado b)** Justificación de que  $x = 1$  se trata de un punto de máximo [0,5 p.]. Justificación de que  $x = -1$  se trata de un punto de mínimo [0,5 p.].

Justificación de que la función es creciente en el intervalo  $(-1, 1)$  y decreciente en los intervalos  $(-\infty, -1)$  y  $(1, +\infty)$  [0,5 p.].

#### CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

**Apartado a)** Comprobación correcta de la igualdad algebraica [0,5 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,5 p.].

**Apartado c)** Cálculo correcto de la constante de integración para determinar la primitiva requerida [0,5 p.].

**CUESTIÓN 5:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto de la ecuación del plano  $\pi$ , en cualquiera de sus formas [1,25 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto de la distancia de  $P$  a  $r$ , utilizando cualquier método que sea correcto [1,25 p.].

**CUESTIÓN 6:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta de que los puntos son coplanarios [0,5 p.]. Cálculo correcto de la ecuación del plano que los contiene, en cualquiera de sus formas [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto del área del triángulo, utilizando cualquier método que sea correcto [1 p.].

**CUESTIÓN 7:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo de la probabilidad solicitada, haciendo un correcto uso de la tipificación y de la tabla de la distribución normal [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo de la probabilidad solicitada, haciendo un correcto uso de la tipificación y de la tabla de la distribución normal [1,5 p.].

**CUESTIÓN 8:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1,5 p.].