



Elija una opción (A o B) e indíquela al principio del cuadernillo de respuestas; no mezcle preguntas de ambas opciones. No firme ni haga marcas en el cuadernillo de respuestas. Lo que se escriba en las dos caras marcadas con “borrador” no se corregirá. La duración del examen es de 75 minutos.

No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

- [1,25 p.] Compruebe que ambas matrices son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.
- [1,25 p.] Determine la matriz X que cumple la ecuación $XA = B + B^T$, donde B^T es la matriz traspuesta de B .

CUESTIÓN A.2:

- [1,5 p.] Calcule la integral indefinida $\int e^{2x} \cos(x) dx$ utilizando el método de integración por partes.
- [1 p.] Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi/2$, y la gráfica de la función $f(x) = e^{2x} \cos(x)$.

CUESTIÓN A.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r : \begin{cases} x & = & 0 \\ y - 2z & = & 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x + y + z & = & 0 \\ 2x + y & = & 0 \end{cases}$$

- [1 p.] Compruebe que ambas rectas se cortan en un punto y calcule dicho punto.
- [0,75 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que contiene a las rectas r y s .
- [0,75 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π' que es perpendicular al plano π y contiene a la recta r .

CUESTIÓN A.4: Un alumno va a clase en autobús el 75% de los días y el resto de los días va en coche. Cuando va en autobús llega tarde a clase el 25% de los días. Cuando va en coche llega puntual el 90% de los días.

- [1,25 p.] Calcule la probabilidad de que llegue puntual.
- [1,25 p.] Si un día llega tarde, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido en autobús?

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 3x - y - 2z = 5 \\ x \quad \quad -z = a \end{cases}$$

- [1 p.] Determine para qué valores del parámetro a el sistema no tiene solución.
- [0,5 p.] ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema tiene solución única?
- [1 p.] Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

CUESTIÓN B.2:

- [2 p.] Descomponga el número 5 en dos sumandos positivos de manera que la suma de uno más el logaritmo (neperiano) del otro sea máxima.
- [0,5 p.] Calcule dicha suma máxima.

CUESTIÓN B.3: Considere el punto $P = (2, 2, -1)$ y la recta r dada por la ecuación:

$$r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

- [1 p.] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que es perpendicular a la recta r y pasa por el punto P .
- [0,75 p.] Determine los puntos de corte del plano π con los 3 ejes coordenados, es decir, con las 3 rectas siguientes:

$$\text{Eje OX : } \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{Eje OY : } \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{Eje OZ : } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

- [0,75 p.] Calcule el área del triángulo determinado por los 3 puntos del apartado b).

CUESTIÓN B.4: En una empresa hay 400 trabajadores, de los cuales 300 son menores de 45 años. Además, 250 trabajadores hablan inglés, de los cuales 50 son mayores de 45 años.

- Elegido un trabajador al azar, se pide:
 - [0,75 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no hable inglés?
 - [0,75 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 45 años y hable inglés?
- [1 p.] Si se elige un trabajador que habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 45 años?

**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

Criterio general aplicable a todas las cuestiones: En cualquiera de las cuestiones, si no se llega a la resolución final correcta, se puntuará proporcionalmente en función de los pasos correctos realizados.

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación de que las matrices A y B son regulares [0,25 puntos]. Cálculo correcto de la inversa de A [0,5 puntos]. Cálculo correcto de la inversa de B [0,5 puntos]

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la matriz X [1,25 puntos].

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la integral indefinida [1,5 puntos].

Apartado b) Expresión correcta del área dada como una integral definida [0,5 puntos]. Aplicación correcta de la regla de Barrow para calcular el área [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que las rectas se cortan en un punto [0,5 puntos]. Cálculo correcto de dicho punto [0,5 puntos]

Apartado b) Cálculo correcto (en cualquiera de sus formas) de la ecuación del plano que contiene a las dos rectas [0,75 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto (en cualquiera de sus formas) de la ecuación del plano pedido [0,75 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que llegue puntual [1,25 puntos]

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que haya ido en autobús [1,25 puntos].

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación de que el sistema no tiene solución (S.I.) si a es distinto de 2 [1 punto]

Apartado b) Justificación de que no existe ningún valor de a para el cual el sistema tiene solución única (S.C.D.) [0,5 puntos].

Apartado c) Justificación de que el sistema tiene infinitas soluciones (S.C.I) si $a=2$ y resolución correcta del sistema en dicho caso (con solución dependiente de 1 parámetro) [1 punto].

CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Expresión correcta de la función a optimizar [0,5 puntos]. Cálculo correcto de la derivada [0,5 puntos]. Cálculo correcto del punto crítico y candidato a máximo [0,5 puntos]. Justificación de punto de máximo [0,5 puntos]

Apartado b) Cálculo correcto del valor máximo de la suma [0,5 puntos].

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto (en cualquiera de sus formas) de la ecuación del plano pedido [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto de los 3 puntos de corte [0,75 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto del área del triángulo [0,75 puntos].

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a.1) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que no hable inglés [0,75 puntos].

Apartado a.2) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que sea mayor de 45 años y hable inglés [0,75 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la probabilidad de que sea menor de 45 años [1 punto].