



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE
25 AÑOS. 2014

MATEMÁTICAS. CÓDIGO 112

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1:

- a) [1,5 puntos] Calcule, utilizando el método que estime más adecuado, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 \\ a & 1 & 4 \\ 1 & 5a & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a .

- b) [1 punto] Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:
- $$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \\ x + 10y = 0 \\ y - z = 0 \end{array} \right\}$$

Indicación: Observe que la matriz de coeficientes del sistema es la matriz A del apartado anterior con $a = 2$.

CUESTIÓN A.2:

- a) [1,5 puntos] Determine la recta que pasa por el punto $P = (1, -1, 3)$ y es perpendicular al plano

$$\pi : \begin{cases} x = 3 - \lambda + \mu \\ y = -\lambda + \mu \\ z = 1 + 2\lambda - \mu \end{cases}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- b) [1 punto] Calcule la distancia del punto P al plano π .

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{(x-2)}$, se pide:

- a) [0,5 puntos] Dominio de definición y puntos de corte con los ejes.
b) [0,75 puntos] Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
c) [0,75 puntos] Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
d) [0,5 puntos] Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN A.4:

- a) [2 puntos] Calcule la integral indefinida $\int x^2 \operatorname{sen}(x) dx$ utilizando el método de integración por partes.

- b) [0,5 puntos] Aplicando el apartado anterior, calcule la integral definida $\int_0^{\pi/2} x^2 \operatorname{sen}(x) dx$.

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Las edades de un hijo, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones:

- La suma de las edades del hijo, del padre y el doble de la del abuelo es 182 años.
- El doble de la edad del hijo más la edad del abuelo es 100 años.
- La edad del padre es el doble de la del hijo.

a) **[1,5 puntos]** Plantee un sistema de ecuaciones con las condiciones descritas en el enunciado para averiguar la edad de cada uno de ellos.

b) **[1 punto]** Resuélvalo.

CUESTIÓN B.2:

a) **[1,5 puntos]** Estudie la posición relativa de las rectas r y s en función del parámetro a :

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 - a\lambda, & \lambda \in \mathbb{R}, \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$$

$$s : \frac{x}{a} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}.$$

b) **[1 punto]** Para el valor del parámetro $a = 1$ determine, si es posible, el punto de corte de ambas rectas.

CUESTIÓN B.3:

a) **[1,25 puntos]** Demuestre que la distancia del punto $(4, 0)$ a un punto de la gráfica de la función $y = \sqrt{x}$ viene dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = \sqrt{(x-4)^2 + x}.$$

b) **[1,25 puntos]** Determine el punto $P = (x, y)$ de la gráfica anterior que minimiza la distancia al punto $(4, 0)$.

Indicación: Se puede utilizar el apartado a) aunque no se haya demostrado.

CUESTIÓN B.4:

a) **[2 puntos]** Calcule la integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$ utilizando el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

b) **[0,5 puntos]** Aplicando el apartado anterior, calcule la integral definida $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$.