

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO  
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2018

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

**OPCIÓN A:** No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

**CUESTIÓN A.1:** Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ .

- [1 p.] Compruebe que la matriz  $A$  es regular (o invertible) y calcule su inversa.
- [1,5 p.] Determine la matriz  $X$  que cumple la ecuación  $AX = A + A^T$ , donde  $A^T$  es la matriz traspuesta de  $A$ .

**CUESTIÓN A.2:** Calcule los siguientes límites:

- [1 p.]  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 2})$ .
- [1 p.]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x + \operatorname{sen} x)}{x}$ .

**CUESTIÓN A.3:**

- [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida  $\int \operatorname{sen} x e^{\cos x} dx$ .
- [0,5 p.] Determine el área del recinto limitado por el eje  $OX$ , las rectas verticales  $x = 0$  y  $x = \pi/2$ , y la gráfica de la función  $f(x) = \operatorname{sen} x e^{\cos x}$ .

**CUESTIÓN A.4:** Considere las rectas  $r$  y  $s$  dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$$

- [1,25 p.] Compruebe que ambas rectas son paralelas.
- [1,25 p.] Determine la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a ambas rectas.

**CUESTIÓN A.5:** En una clase hay 40 estudiantes, de los cuales 25 son chicas y el resto son chicos. Además, 30 estudiantes han aprobado las matemáticas, de los cuales 10 son chicos.

- Elegido un estudiante al azar, se pide:
  - [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no haya aprobado las matemáticas?
  - [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y haya aprobado las matemáticas?
- [0,5 p.] Si se elige un estudiante que ha aprobado las matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?

**OPCIÓN B:** No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

**CUESTIÓN B.1:** Considere el siguiente sistema de ecuaciones homogéneo en función del parámetro  $a$ :

$$\begin{cases} ax + y + az = 0 \\ x + y + az = 0 \\ 2x + (a-1)y + az = 0 \end{cases}$$

- [1,25 p.] Determine los valores del parámetro  $a$  para los que el sistema tiene únicamente la solución trivial  $(0,0,0)$ .
- [1,25 p.] Si es posible, resuélvalo para el valor del parámetro  $a = 2$ .

**CUESTIÓN B.2:** Considere la función  $f(x) = x\sqrt{18-x^2}$  con  $-4 < x < 4$ .

- [1 p.] Calcule la derivada de  $f(x)$  y determine sus puntos críticos.
- [1 p.] Justifique si la función  $f(x)$  tiene algún máximo o mínimo.

**CUESTIÓN B.3:**

- [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida  $\int x \ln x dx$ .
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función  $f(x) = x \ln x$  que pasa por el punto de coordenadas  $(1,0)$ .

**CUESTIÓN B.4:** Considere los puntos  $P = (1,1,3)$  y  $Q = (1,5,0)$  y la recta  $r$  dada por la ecuación:

$$r: \begin{cases} 2x - y - 2z = -3 \\ -x + y = 4 \end{cases}$$

- [0,5 p.] Compruebe que el punto  $P$  no está en la recta  $r$  y que el punto  $Q$  sí lo está.
- [1,25 p.] Determine el punto  $R$  de la recta  $r$  tal que el triángulo  $PQR$  sea un triángulo rectángulo en  $P$  (es decir, con ángulo recto en el vértice  $P$ ).
- [0,75 p.] Calcule el área de dicho triángulo  $PQR$ .

**CUESTIÓN B.5:** Realizada una encuesta entre los habitantes de una ciudad, se ha llegado a la conclusión de que el 40% de sus habitantes lee habitualmente el periódico local, el 30% lee revistas del corazón y el 20% lee ambos tipos de publicaciones. Elegido un habitante al azar, se pide:

- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que lea al menos alguno de los dos tipos de publicaciones?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no lea ninguno de los dos tipos de publicaciones?
- [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que lea solo revistas del corazón?

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO  
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2018

## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

**OBSERVACIONES GENERALES:**

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

**OBSERVACIONES PARTICULARES:****OPCIÓN A****CUESTIÓN A.1:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Comprobación de que la matriz  $A$  es regular [0,25 puntos]. Cálculo correcto de la inversa de la matriz  $A$  [0,75 puntos].

**Apartado b)** Resolución correcta de la ecuación matricial [1,5 puntos].

**CUESTIÓN A.2:** [2 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado del límite cuando  $x$  tiende a  $+\infty$ , resolviendo la indeterminación del tipo  $\infty - \infty$  [1 punto].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado del límite cuando  $x$  tiende a 0, resolviendo la indeterminación del tipo  $\frac{0}{0}$  [1 punto].

**CUESTIÓN A.3:** [1,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 punto].

**Apartado b)** Cálculo correcto del área aplicando la regla de Barrow [0,5 puntos].

**CUESTIÓN A.4:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Comprobación correcta y razonada de que las dos rectas son paralelas [1,25 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la ecuación del plano (en cualquiera de sus formas) [1,25 puntos].

**CUESTIÓN A.5:** [1,5 puntos]

**Apartado a.1)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].

**Apartado a.2)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].

## OPCIÓN B

**CUESTIÓN B.1:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene únicamente la solución trivial (SCD) para todo valor de  $a$  distinto de 0, de 1 y de 2. [1,25 puntos].

**Apartado b)** Justificación de que el sistema tiene infinitas soluciones (SCI) para  $a = 2$  [0,25 puntos]. Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro [1 punto].

**CUESTIÓN B.2:** [2 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto de la derivada de  $f(x)$  [0,5 puntos]. Determinación de sus puntos críticos  $x = 3$  y  $x = -3$  [0,5 puntos].

**Apartado b)** Justificación correcta y razonada de que la función alcanza un máximo en  $x = 3$  [0,5 puntos] y de que alcanza un mínimo en  $x = -3$  [0,5 puntos].

**CUESTIÓN B.3:** [1,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 punto].

**Apartado b)** Cálculo correcto de la constante de integración [0,5 puntos].

**CUESTIÓN B.4:** [2,5 puntos]

**Apartado a)** Comprobación de que el punto  $P$  no está en la recta  $r$  [0,25 puntos]. Comprobación de que el punto  $Q$  sí está en la recta  $r$  [0,25 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado del punto  $R$  [1,25 puntos].

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado del área del triángulo [0,75 puntos].

**CUESTIÓN B.5:** [1,5 puntos]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 puntos].