

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO  
158 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2016

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

**OPCIÓN A:** No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

**CUESTIÓN A.1:** Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ .

- [1,5 puntos] Compruebe que ambas matrices son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.
- [1 punto] Determine la matriz  $X$  que cumple la ecuación  $AXB = A + B$ .

**CUESTIÓN A.2:** Considere los puntos  $P = (2, 7, 3)$ ,  $Q = (1, 2, 5)$  y  $R = (-1, -2, 5)$ .

- [1 punto] Calcule el área del triángulo  $PQR$ .
- [0,5 puntos] Determine la ecuación general (o implícita) del plano que contiene al triángulo  $PQR$ .
- [1 punto] Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) de la recta que pasa por  $P$ , está contenida en el plano que contiene al triángulo  $PQR$  y es perpendicular al lado  $QR$ .

**CUESTIÓN A.3:** Calcule los siguientes límites:

- [1,25 puntos]  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x} \right)$ .
- [1,25 puntos]  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{sen}x(1 - \operatorname{sen}x)}{\cos^2x}$ .

**CUESTIÓN A.4:**

- [1,5 puntos] Calcule la siguiente integral indefinida  $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} dx$ .
- [1 punto] Determine el área del recinto limitado por el eje  $OX$ , las rectas verticales  $x = 0$  y  $x = 2$ , y la gráfica de la función  $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$ .

**OPCIÓN B:** No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

**CUESTIÓN B.1:** Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $a$ :

$$\begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ ax + \quad \quad 2z = 0 \\ \quad \quad ay - z = a \end{cases}$$

- [1 punto]** Determine para qué valores del parámetro  $a$  el sistema tiene solución única. Calcule dicha solución para  $a = 1$ .
- [1 punto]** Determine para qué valor del parámetro  $a$  el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- [0,5 puntos]** Determine para qué valor del parámetro  $a$  el sistema no tiene solución.

**CUESTIÓN B.2:** Considere los puntos  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 2, 0)$  y  $R = (0, 0, 1)$ .

- [1,25 puntos]** Estudie si el triángulo  $PQR$  es o no rectángulo en el vértice  $P$ .
- [1,25 puntos]** Dado el punto  $S = (1, 2, 3)$ , calcule el volumen del tetraedro de vértices  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$ .

**CUESTIÓN B.3:** El número de personas, medido en miles, afectadas por una enfermedad infecciosa viene dado por la función

$$f(x) = \frac{90x}{x^2 + 2x + 9},$$

donde  $x$  es el tiempo transcurrido, medido en días, desde que se inició el contagio.

- [0,5 puntos]** ¿Cuál es el número de personas enfermas el cuarto día?
- [1,5 puntos]** ¿Qué día se alcanza el máximo número de personas enfermas? ¿Cuál es ese número máximo?
- [0,5 puntos]** ¿Puede afirmarse que la enfermedad se irá erradicando con el paso del tiempo? Razone la respuesta. (Indicación: calcule el límite de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow +\infty$  y observe qué ocurre.)

**CUESTIÓN B.4:**

- [1,5 puntos]** Calcule la siguiente integral indefinida  $\int x^2 e^x dx$ .
- [1 punto]** Obtenga una primitiva  $F(x)$  de la función  $f(x) = x^2 e^x$  que cumpla la condición  $F(0) = 1$ .



## PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO

## 158 MATEMATICAS II. JUNIO 2016

## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

**OBSERVACIONES GENERALES:**

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente.

En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

**OBSERVACIONES PARTICULARES:****OPCIÓN A****CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]****Apartado a)**

Comprobación de que la matriz A es regular **[0,25 puntos]**.

Comprobación de que la matriz B es regular **[0,25 puntos]**.

Cálculo correcto de la inversa de la matriz A **[0,5 puntos]**.

Cálculo correcto de la inversa de la matriz B **[0,5 puntos]**.

**Apartado b)** Resolución correcta de la ecuación matricial expresando  $X=A^{-1}+B^{-1}$  **[1 punto]**.

**CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Cálculo correcto del área del triángulo **[1 punto]**

**Apartado b)** Cálculo correcto de la ecuación del plano **[0,5 puntos]**

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado de la ecuación de la recta **[1 punto]**.

**CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado del límite cuando x tiende a 0, resolviendo la indeterminación del tipo 0/0 **[1,25 puntos]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado del límite cuando x tiende a  $\pi/2$ , resolviendo la indeterminación del tipo 0/0 **[1,25 puntos]**.

**CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida **[1,5 puntos]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto del área aplicando la regla de Barrow **[1 punto]**.

## **OPCIÓN B**

### **CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]**

#### **Apartado a)**

Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene solución única (SCD) para todo valor de  $a$  distinto de 0 y de -1 **[0,5 puntos]**.

Cálculo correcto de la solución cuando  $a=1$  **[0,5 puntos]**.

#### **Apartado b)**

Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene infinitas soluciones única (SCI)  $a=0$  **[0,5 puntos]**.

Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro **[0,5 puntos]**.

#### **Apartado c)**

Justificación correcta y razonada de que el sistema no tiene solución (SI)  $a=-1$  **[0,5 puntos]**.

### **CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el ángulo en el vértice P no es ángulo recto **[1,25 puntos]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto del volumen del tetraedro **[1,25 puntos]**.

### **CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Cálculo de  $f(4)=120/11=10,9090..$  **[0,5 puntos]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto de  $f'(x)$  **[0,5 puntos]**. Cálculo del candidato a máximo  $x=3$  **[0,5 puntos]** Justificación de que se trata de un máximo de la función y cuál es el valor del máximo **[0,5 puntos]**.

**Apartado c)** Justificación de que la enfermedad se irá erradicando con el paso del tiempo porque  $f(x)$  tiende a 0 cuando  $x$  tiende a infinito **[0,5 puntos]**.

### **CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]**

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida **[1,5 puntos]**.

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la constante de integración **[1 punto]**.

## CORRESPONDENCIA CON EL PROGRAMA OFICIAL

**Programa BORM, 10 de septiembre de 2008, páginas 28109-28110.**

### **OPCIÓN A**

**CUESTIÓN A.1:** Álgebra lineal (Bloque 1).

Operaciones con matrices. Aplicación de las operaciones y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales. Inversa de una matriz.

**CUESTIÓN A.2:** Geometría (Bloque 2). Ecuaciones de rectas y planos en el espacio. Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

**CUESTIÓN A.3:** Análisis (Bloque 3). Concepto de límite de una función. Cálculo de límites.

**CUESTIÓN A.4:** Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Cálculo de integrales definidas. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

### **OPCIÓN B**

**CUESTIÓN B.1:** Álgebra lineal (Bloque 1).

Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Representación matricial de un sistema. Clasificación de los sistemas lineales según sus soluciones. Teorema de Rouché-Fröbenius. Regla de Cramer.

**CUESTIÓN B.2:** Geometría (Bloque 2). Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

**CUESTIÓN B.3:** Análisis (Bloque 3). Aplicación de la derivada al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de una función. Problemas de optimización. Cálculo de límites.

**CUESTIÓN B.4:** Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas.