

# COMBINATORIA

Elaborado por **Ildefonso Aranda y Paco Cuenca**,  
profesores de Matemáticas en el I.E.S.  
Gil de Zático de Torreperogil (Jaén)

---

## 1. FACTORIAL DE UN NÚMERO ([Factorial de un número](#))

El factorial de un número entero positivo se define como el producto de todos los números naturales anteriores o iguales a él. Se escribe  $n!$ , y se lee "n factorial". (Por definición el factorial de 0 es 1:  $0!=1$ )

Por ejemplo,  $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Su utilidad estriba en que se utiliza en la mayoría de las fórmulas de la [COMBINATORIA](#)

## 2.1. NÚMEROS COMBINATORIOS ([Número combinatorio](#))

Los números combinatorios se utilizan para establecer agrupaciones en las que no importa el orden y los elementos no se pueden repetir, es decir, para calcular directamente las [combinaciones](#). Se representan así:  $\binom{n}{p}$ , y se lee "n sobre p".

Por ejemplo,  $\binom{49}{6}$  (49 sobre 6) es el número de combinaciones posibles en la "primitiva".

## 2.2. CÁLCULO DE NÚMEROS COMBINATORIOS

$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ , donde  $n!$  es el [factorial](#) de  $n$ .

# ¿Qué es la Combinatoria?

La Combinatoria es la parte de las Matemáticas que estudia las diversas formas de realizar agrupaciones con los elementos de un conjunto, formándolas y calculando su número.

Existen distintas formas de realizar estas agrupaciones, según <u>se repitan los elementos o no</u> , según <u>se puedan tomar todos los elementos de que disponemos o no</u> y si <u>influye o no el orden de colocación de los elementos</u> :	<ul style="list-style-type: none"><li>• <a href="#">Variaciones sin repetición.</a></li><li>• <a href="#">Variaciones con repetición.</a></li><li>• <a href="#">Permutaciones sin repetición.</a></li><li>• <a href="#">Permutaciones con repetición.</a></li><li>• <a href="#">Combinaciones sin repetición.</a></li><li>• <a href="#">Combinaciones con repetición.</a></li></ul>
--	---

Una vez que se averigüe de qué tipo son, se pueden realizar los [cálculos combinatorios](#), para calcular cuántas agrupaciones de ese tipo hay.

	SIN Repetición	CON Repetición
VARIACIONES	$V_n^p$	$VR_n^p$
PERMUTACIONES	$P_n$	$PR_n^{a,b,c}$
COMBINACIONES	$C_n^p$	$CR_n^p$

## A. PERMUTACIONES

Las permutaciones o, también llamadas, ordenaciones son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que:

- Influye el orden en que se colocan.
- Tomamos todos los elementos de que se disponen.
- Serán Permutaciones SIN repetición cuando todos los elementos de que disponemos son distintos.
- Serán Permutaciones CON repetición si disponemos de elementos repetidos. (Ese es el nº de veces que se repite elemento en cuestión).

$$P_n \quad PR_n^{a,b,c}$$

### Permutaciones SIN repetición:

Las **permutaciones sin repetición de  $n$  elementos** se definen como las distintas formas de ordenar todos esos elementos distintos, por lo que la única diferencia entre ellas es el orden de colocación de sus elementos.

El número de estas permutaciones

$$P_n = n!$$

será:

### Permutaciones CON repetición:

Llamamos a las **permutaciones con repetición de  $n$  elementos tomados de  $a$  en  $a$ , de  $b$  en  $b$ , de  $c$  en  $c$ , etc**, cuando en los  $n$  elementos existen elementos repetidos (un elemento aparece  $a$  veces, otro  $b$  veces, otro  $c$  veces, etc) verificándose que  $a+b+c+\dots=n$ .

El número de estas permutaciones será:

$$PR_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}$$

## B. VARIACIONES

Las variaciones son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que:

- Influye el orden en que se colocan.
- Si permitimos que se repitan los elementos, podemos hacerlo hasta tantas veces como elementos tenga la agrupación.

Existe dos tipos: [variaciones sin repetición](#) y [variaciones con repetición](#), cuyos símbolos son los siguientes:

$V_n^p$	$VR_n^p$
---------	----------

### B1. Variaciones sin repetición.

Aquí puede construir algunos ejemplos	<b>Definición:</b> Las <b>variaciones sin repetición de <math>n</math> elementos tomados de <math>p</math> en <math>p</math></b> se definen como las distintas agrupaciones formadas con <b><math>p</math> elementos distintos</b> , eligiéndolos de entre los <b><math>n</math> elementos</b> de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto <b>si difieren en algún elemento</b> como si están situados en <b>distinto orden</b> .  El número de variaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:  $V_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
Indique cuales (no cuántos) son los elementos de que dispone que sean distintos, un máximo de 8, sin comas ni espacios (n): n: <input type="text" value="aeiou"/>	
Elija cuántos elementos deben formar las variaciones sin repetición ( $p \leq n$ ): p: <input type="text" value="3"/>	
<input type="button" value="Reiniciar datos"/>	

## B2. Variaciones con repetición.

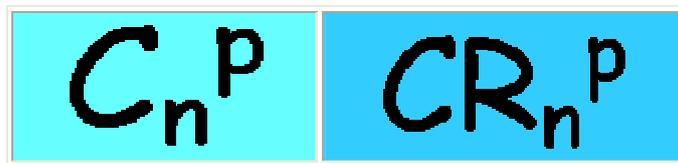
<p>Aquí puede construir algunos ejemplos</p>	<p><b>Definición:</b> Las <b>variaciones con repetición de <math>n</math> elementos tomados de <math>p</math> en <math>p</math></b> se definen como las distintas agrupaciones formadas con <b><math>p</math> elementos que pueden repetirse</b>, eligiéndolos de entre los <math>n</math> elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto <u>si difieren en algún elemento</u> como si están situados en <u>distinto orden</u>.</p> <p>El número de variaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:</p> $VR_n^p = n^p$
<p>Indique cuales (no cuántos) son los elementos de que dispone que sean distintos, un máximo de 7, sin comas ni espacios (n):</p> <p><math>n</math>: <input type="text" value="aeiou"/></p>	
<p>Elija cuántos elementos deben formar las variaciones con repetición:</p> <p><math>p</math>: <input type="text" value="3"/></p>	
<p><input type="button" value="Reiniciar datos"/></p>	

## C. COMBINACIONES

Las combinaciones son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que:

- NO influye el orden en que se colocan.
- Si permitimos que se repitan los elementos, podemos hacerlo hasta tantas veces como elementos tenga la agrupación.

Existen dos tipos: [combinaciones sin repetición](#) y [combinaciones con repetición](#), cuyos símbolos son los siguientes:



### C1. Combinaciones sin repetición.

Aquí puede construir algunos ejemplos	Definición: Las combinaciones sin repetición de $n$ elementos tomados de $p$ en $p$ se definen como las distintas agrupaciones formadas con $p$ <u>elementos distintos</u> , eligiéndolos de entre los $n$ elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo <u>si difieren en algún elemento</u> , (No influye el orden de colocación de sus elementos).  El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula: $C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! p!}$
Indique cuales (no cuántos) son los elementos de que dispone que sean distintos, un máximo de 8, sin comas ni espacios (n): n: <input type="text" value="aeiou"/>	
Elija cuántos elementos deben formar las combinaciones sin repetición (p≤n): p: <input type="text" value="3"/>	
<input type="button" value="Reiniciar datos"/>	

## C2. Combinaciones con repetición.

<p>Aquí puede construir algunos ejemplos</p>	
<p>Indique cuales (no cuántos) son los elementos de que dispone que sean distintos, un máximo de 8, sin comas ni espacios (n):</p> <p>n: <input type="text" value="aeiou"/></p>	<p><b>Definición:</b></p> <p>Las <b>combinaciones con repetición de <math>n</math> elementos tomados de <math>p</math> en <math>p</math></b> se definen como las distintas agrupaciones formadas con <b><math>p</math> elementos que pueden repetirse</b>, eligiéndolos de entre los <math>n</math> elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo <u>si difieren en algún elemento</u>, (No influye el orden de colocación de sus elementos).</p> <p>El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:</p>
<p>Elija cuántos elementos deben formar las combinaciones con repetición:</p> <p>p: <input type="text" value="3"/></p>	$CR_n^p = \binom{n+p-1}{p}$
<p><input type="button" value="Reiniciar datos"/></p>	