



IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ ax + y + 3z = a \\ x + ay + az = 1 \end{cases}$$

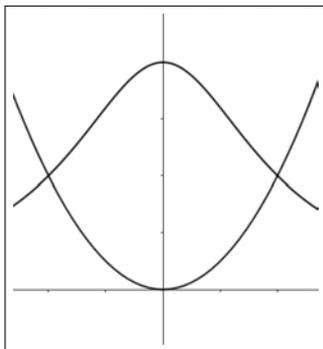
- [0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- [1,25 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado. ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- [0,5 p.]** Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- [1 p.]** Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
 - [1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $XA + B^2 = A^t$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .
- 3: **[2,5 p.]** Descomponga el número 24 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de unos de ellos por el cubo del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

4: Considere las funciones $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$ y $g(x) = x^2$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



- [0,75 p.]** Calcule los dos puntos de corte de ambas funciones.
- [1,75 p.]** Calcule el área del recinto limitado por ambas curvas.

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} 2x-y = 0 \\ x+z = 2 \end{cases}$$

- [1 p.]** Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- [0,5 p.]** Compruebe que el punto del origen $O(0,0,0)$ no está en ninguna de las dos rectas
- [1 p.]** Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto del origen y corta a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1,2,2)$, $B(1,0,2)$ y $C(-4,5,2)$.

- [0,75 p.]** Justifique que los tres puntos están alineados y calcule la ecuación de la recta que los contiene (en cualquiera de sus formas).
- [0,75 p.]** Calcule la distancia del punto $P(1,1,-1)$ a dicha recta.
- [1 p.]** Calcule la ecuación general (o implícita) del plano que contiene a dicha recta y pasa por el punto $P(1,1,-1)$

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario.

El coeficiente intelectual (CI) de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 100 y desviación típica desconocida σ . Se sabe que el 21,19% de ellos tiene un CI mayor que 110.

- [0,75 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI mayor que 90.
- [1 p.]** Calcule la desviación típica de esta distribución de probabilidad.
- [0,75 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI menor que 80,625.

8: Se tienen 2 bolsas con el siguiente contenido: la bolsa A tiene 5 bolas blancas y 3 bolas negras; la bolsa B tiene 2 bolas blancas y 6 bolas negras. Se toma una baraja española de 40 cartas (10 oros, 10 copas, 10 bastos y 10 espadas) y se saca una carta al azar. Si sale oro se saca una bola de la bolsa A; si no sale oro, se saca una bola de la bolsa B.

- [0,5 p.]** Calcule la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa A y la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa B.
- [1 p.]** Calcule la probabilidad de sacar una bola negra.
- [1 p.]** Sabiendo que se ha sacado una bola negra, calcule la probabilidad de que sea de la bolsa B.



IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

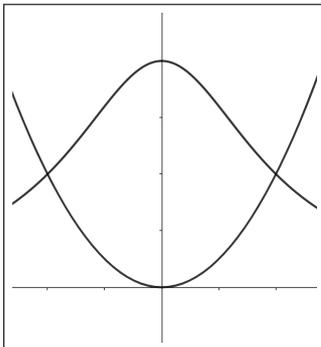
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ ax + y + 3z = a \\ x + ay + az = 1 \end{cases}$$

- [0,75 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- [1,25 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado. ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- [0,5 p.] Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- [1 p.] Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
 - [1,5 p.] Resuelva la ecuación matricial $XA + B^2 = A^t$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .
- 3: [2,5 p.] Descomponga el número 24 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de unos de ellos por el cubo del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?
- 4: Considere las funciones $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$ y $g(x) = x^2$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



- [0,75 p.] Calcule los dos puntos de corte de ambas funciones.
- [1,75 p.] Calcule el área del recinto limitado por ambas curvas.

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} 2x-y = 0 \\ x+z = 2 \end{cases}$$

- [1 p.]** Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- [0,5 p.]** Compruebe que el punto del origen $O(0,0,0)$ no está en ninguna de las dos rectas
- [1 p.]** Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto del origen y corta a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1,2,2)$, $B(1,0,2)$ y $C(-4,5,2)$.

- [0,75 p.]** Justifique que los tres puntos están alineados y calcule la ecuación de la recta que los contiene (en cualquiera de sus formas).
- [0,75 p.]** Calcule la distancia del punto $P(1,1,-1)$ a dicha recta.
- [1 p.]** Calcule la ecuación general (o implícita) del plano que contiene a dicha recta y pasa por el punto $P(1,1,-1)$

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario.

El coeficiente intelectual (CI) de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 100 y desviación típica desconocida σ . Se sabe que el 21,19% de ellos tiene un CI mayor que 110.

- [0,75 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI mayor que 90.
- [1 p.]** Calcule la desviación típica de esta distribución de probabilidad.
- [0,75 p.]** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI menor que 80,625.

8: Se tienen 2 bolsas con el siguiente contenido: la bolsa A tiene 5 bolas blancas y 3 bolas negras; la bolsa B tiene 2 bolas blancas y 6 bolas negras. Se toma una baraja española de 40 cartas (10 oros, 10 copas, 10 bastos y 10 espadas) y se saca una carta al azar. Si sale oro se saca una bola de la bolsa A; si no sale oro, se saca una bola de la bolsa B.

- [0,5 p.]** Calcule la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa A y la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa B.
- [1 p.]** Calcule la probabilidad de sacar una bola negra.
- [1 p.]** Sabiendo que se ha sacado una bola negra, calcule la probabilidad de que sea de la bolsa B.



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que el sistema es compatible determinado cuando $a \neq -1$ y $a \neq 2$ [0,75 p.].

Apartado b) Justificación de que el sistema es compatible indeterminado cuando $a = -1$ o $a = 2$ [0,75 p.]. Justificación de que el sistema nunca es incompatible [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la solución cuando $a = 0$: $x = 1, y = 0, z = 0$ [0,5 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que A es una matriz regular [0,25 p.]. Cálculo correcto de su inversa A^{-1} [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la solución en términos de A y B : $X = (A^t - B^2) \cdot A^{-1}$ [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [1 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Expresión correcta de la función a maximizar [0,5 p.].

Cálculo correcto de su derivada [0,5 p.].

Cálculo correcto del único punto crítico en el dominio de la función y candidato a ser máximo [0,5 p.].

Justificación de que se trata de un punto de máximo [0,5 p.].

Cálculo correcto de la descomposición de 24 como suma de 6 y 18 [0,25 p.].

Cálculo correcto del valor máximo $6 \times 18^3 = 34992$ [0,25 p.].

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de los dos puntos de corte [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,25 p.]. Cálculo correcto del área del recinto, estudiando la diferencia de las funciones para saber cuál es el valor absoluto de la diferencia [0,5 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que las dos rectas se cruzan en el espacio [1 p.].

Apartado b) Justificación razonada de que el punto de origen no está en ninguna de las dos rectas [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la recta que pasa por el punto de origen y corta a las otras dos rectas [1 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que los tres puntos están alineados [0,25 p.]. Cálculo correcto de la ecuación de la recta que los contiene [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la distancia del punto $P(1, 1, -1)$ a dicha recta. [0,75 p.].

Apartado c) Cálculo de la ecuación general del plano que contiene a dicha recta y pasa por el punto $P(1, 1, -1)$. [1 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la probabilidad solicitada [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la desviación típica [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad solicitada [0,75 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de las dos probabilidades solicitadas [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].