



OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- [1,25 p.] Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- [1,25 p.] Resuelva la ecuación matricial $AX - B^T = A^2$, donde B^T denota la matriz traspuesta de B .

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ x - y + az = 0 \\ ax + y + z = a + 1 \end{cases}$$

- [0,75 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- [1 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado. ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- [0,75 p.] Resuélvalo para $a = 0$.

3: Considere la función $f(x) = xe^x$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- [1 p.] Calcule la integral indefinida $\int xe^x dx$ utilizando el método de integración por partes.
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, 0)$.

4: Considere la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- [1 p.] Calcule la integral indefinida $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$.
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, -2)$.

El examen continúa por detrás

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad y \quad s: \begin{cases} x & = & 1 \\ y-2z & = & -8 \end{cases}$$

- a) [1 p.] Justifique que ambas rectas se cortan en un punto (sin calcular el punto de corte). Calcule el punto de corte.
- b) [0,5 p.] Calcule el ángulo que forman.
- c) [1 p.] Calcule la ecuación general (o implícita) del plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto $(1, 1, 1)$.
- 6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 0, 1)$.
- a) [1 p.] Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.
- b) [1 p.] Determine la ecuación continua de la recta perpendicular a dicho plano que pasa por el punto A .
- c) [0,5 p.] Calcule el área del triángulo \widehat{ABC} .
- 7: La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 5 cm.
- a) [1 p.] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 180 cm.
- b) [1,5 p.] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida entre 170 y 185 cm.
- 8: Un edificio tiene 3 ascensores de uso común. El ascensor A se utiliza el 35% de las ocasiones, el ascensor B se utiliza el 40% de las ocasiones y el ascensor C se utiliza el resto de las ocasiones. Se ha comprobado que la probabilidad de que el ascensor A tenga una avería es del 0,05, mientras que la probabilidad de que la tenga el ascensor B es del 0,08 y de que la tenga el ascensor C es del 0,02.
- a) [1,5 p.] Calcule la probabilidad de que se produzca una avería en alguno de los ascensores.
- b) [1 p.] Sabiendo que se ha producido una avería, calcule la probabilidad de que haya sido en el ascensor A.



OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) [1,25 p.] Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) [1,25 p.] Resuelva la ecuación matricial $AX - B^T = A^2$, donde B^T denota la matriz traspuesta de B .

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ x - y + az = 0 \\ ax + y + z = a + 1 \end{cases}$$

- a) [0,75 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) [1 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado. ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- c) [0,75 p.] Resuélvalo para $a = 0$.

3: Considere la función $f(x) = xe^x$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- b) [1 p.] Calcule la integral indefinida $\int xe^x dx$ utilizando el método de integración por partes.
- c) [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, 0)$.

4: Considere la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) [1 p.] Calcule la integral indefinida $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$.
- c) [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, -2)$.

El examen continúa por detrás

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad y \quad s: \begin{cases} x & = & 1 \\ y-2z & = & -8 \end{cases}$$

- a) [1 p.] Justifique que ambas rectas se cortan en un punto (sin calcular el punto de corte). Calcule el punto de corte.
- b) [0,5 p.] Calcule el ángulo que forman.
- c) [1 p.] Calcule la ecuación general (o implícita) del plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto $(1, 1, 1)$.
- 6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 0, 1)$.
- a) [1 p.] Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.
- b) [1 p.] Determine la ecuación continua de la recta perpendicular a dicho plano que pasa por el punto A .
- c) [0,5 p.] Calcule el área del triángulo \widehat{ABC} .
- 7: La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 5 cm.
- a) [1 p.] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 180 cm.
- b) [1,5 p.] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida entre 170 y 185 cm.
- 8: Un edificio tiene 3 ascensores de uso común. El ascensor A se utiliza el 35% de las ocasiones, el ascensor B se utiliza el 40% de las ocasiones y el ascensor C se utiliza el resto de las ocasiones. Se ha comprobado que la probabilidad de que el ascensor A tenga una avería es del 0,05, mientras que la probabilidad de que la tenga el ascensor B es del 0,08 y de que la tenga el ascensor C es del 0,02.
- a) [1,5 p.] Calcule la probabilidad de que se produzca una avería en alguno de los ascensores.
- b) [1 p.] Sabiendo que se ha producido una avería, calcule la probabilidad de que haya sido en el ascensor A.



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que la matriz A es regular [0,25 p.]. Cálculo correcto de su matriz inversa [1 p.].

Apartado b) Expresión correcta de X en términos de A y B , y de sus matrices inversas y/o traspuestas [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [0,75 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que el sistema es compatible determinado cuando $a \neq 0$ y $a \neq -1$. [0,75 p.].

Apartado b) Justificación correcta y razonada de que el sistema es compatible indeterminado cuando $a = 0$ y cuando $a = -1$. [0,75 p.]. Justificación correcta y razonada de que el sistema nunca es incompatible [0,25 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la solución en función de un parámetro cuando $a = 0$ [0,75 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada de la función [0,25 p.]. Justificación de que la función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1)$ y creciente en el intervalo $(-1, +\infty)$ [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la constante de integración para determinar la primitiva requerida [0,5 p.].

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada de la función [0,25 p.]. Justificación de que la función es decreciente en los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(1, +\infty)$ y creciente en el intervalo $(-1, 1)$ [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la constante de integración para determinar la primitiva requerida [0,5 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que las dos rectas se cortan [0,5 p.]. Cálculo correcto del punto de corte [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto del ángulo que forman [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la ecuación general del plano pedido [1 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que los tres puntos son coplanarios [0,5 p.]. Cálculo correcto de la ecuación general del plano que los contiene [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la ecuación continua de la recta pedida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto del área del triángulo, utilizando cualquier método que sea correcto [0,5 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo de la probabilidad solicitada, haciendo un correcto uso de la tipificación y de la tabla de la distribución normal [1 p.].

Apartado b) Cálculo de la probabilidad solicitada, haciendo un correcto uso de la tipificación y de la tabla de la distribución normal [1,5 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].