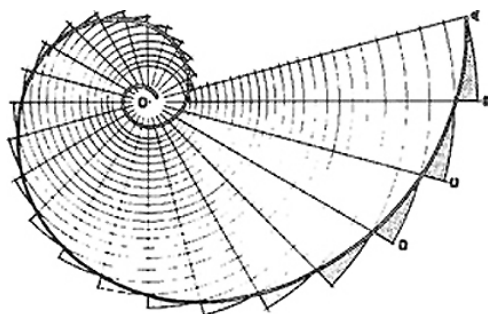


III

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

de la Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, 7-11 Septiembre, 2015



SESIÓN

ANÁLISIS NUMÉRICO Y MATEMÁTICAS DE LA COMPUTACIÓN

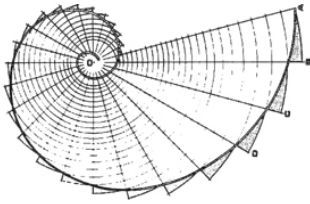
Financiado por:

Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia, 19625/OC/14, con cargo al Programa “Jiménez de la Espada de Movilidad, Cooperación e Internacionalización”; plan propio de investigación de la Universidad de Murcia; Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena.

f SéNeCa⁽⁺⁾

CENTUM
CIEN AÑOS DE LA UNIVERSIDAD DE MURCIA
1915 | 2015





Métodos de elementos finitos mixtos y *splitting* en tiempo para problemas de difusión evolutivos

Andrés Arrarás¹, Laura Portero¹, Ivan Yotov²

En este trabajo, se proponen y analizan métodos numéricos eficientes para formulaciones mixtas de problemas parabólicos. En particular, consideramos ecuaciones de difusión evolutivas asociadas a modelos de flujo en medios porosos. Siguiendo el método de líneas, realizamos una semidiscretización espacial basada en el método de elementos finitos mixtos de flujo multipunto. Tal método permite una eliminación local de la variable flujo mediante el uso de reglas de cuadratura y espacios de elementos finitos adecuados. Se analizan dos variantes particulares del método: la primera de ellas hace uso de una regla de cuadratura simétrica sobre mallados regulares, mientras que la segunda considera el caso no simétrico para mallados irregulares. En ambos casos, la semidiscretización espacial da lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales centrado en celdas para la variable presión, que puede formularse sobre elementos triangulares, cuadriláteros, tetraédricos y hexaédricos. A continuación, consideramos una partición adecuada de dicho sistema mediante una técnica de descomposición de dominios con solapamiento. La posterior integración en tiempo a través de métodos de *splitting* permite reducir el sistema global a una colección de subsistemas desacoplados fácilmente paralelizables. El algoritmo obtenido es incondicionalmente estable y computacionalmente eficiente, ya que evita la necesidad de procesos iterativos de Schwarz. Obtendremos estimadores del error *a priori* para las formulaciones semidiscreta y totalmente discreta, e ilustraremos los resultados teóricos mediante experimentos numéricos.

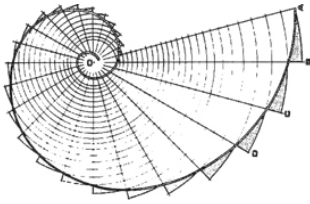
¹Departamento de Ingeniería Matemática e Informática
Universidad Pública de Navarra
Edificio de Las Encinas, Campus de Arrosadía, 31006 Pamplona
andres.arraras@unavarra.es, laura.portero@unavarra.es

²Department of Mathematics
University of Pittsburgh
301 Thackeray Hall, Pittsburgh, PA 15260, USA
yotov@math.pitt.edu

Certificando las soluciones dadas por algoritmos evolutivos

Cruz E. Borges¹, Jose Luis Montaña², Luis Miguel Pardo²

Los algoritmos evolutivos han demostrado empíricamente ser una excelente estrategia algorítmica para enfrentarse a multitud de problemas de optimización. Su flexibilidad los hace especialmente útiles en la búsqueda de buenas soluciones en problemas complejos que surgen en la práctica profesional. Sin embargo, cuentan con un problema fundamental: no es posible (en general) ni garantizar la consecución de soluciones ni el tiempo de ejecución de dichos algoritmos. En esta ponencia se presentará un mecanismo que permite certificar la consecución de soluciones dadas por un algoritmo evolutivo para la obtención de raíces reales de sistemas de ecuaciones polinomiales con coeficientes reales.



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Referencias

- [1] C.E. Borges: *Programación genética, algoritmos evolutivos y aprendizaje inductivo: hacia una solución al problema XVII de Smale en el caso real*. Universidad de Cantabria, Santander, 2011.
- [2] C.E. Borges y L.M. Pardo: On the Probability Distribution of Data at Points in Real Complete Intersection Varieties, *J. Complexity* **24** (4) (2008), 492–523.
- [3] C.E. Borges, J.L. Montaña y L.M. Pardo: A sharp fitness function for the problem of finding roots of polynomial equations systems. En *ECTA 2014 – Proceedings of the International Conference on Evolutionary Computation Theory and Applications*, A. Rosa, J. Filipe, J.J. Merelo, J. Filipe (eds.), 294–301. INSTICC Press, Roma (Italia), 2014.

¹Deusto Institute of Technology - DeustoTech Energy
Universidad de Deusto
Avda. Universidades 24, 48007 Bilbao, Spain
cruz.borges@deusto.es

²Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación,
Universidad de Cantabria
Facultad de Ciencia, Avda. Los Castros, 39005 Santander, Spain
luis.m.pardo@gmail.com, montanjl@unican.es

Métodos de escisión: un mapa de integradores simplécticos, explícitos y autoadjuntos de 3(.5) etapas.

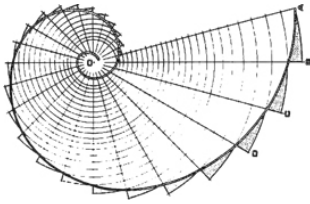
Cédric M. Campos¹

Los métodos simplécticos son de gran importancia en la integración de sistemas hamiltonianos debido a que preservan las propiedades cualitativas de estos. Entre ellos destaca el método de Störmer-Verlet o *leap-frog* por su sencillez, rendimiento (precisión vs. carga) y estabilidad. Es bien sabido que, por composición paramétrica, se puede aumentar el orden de convergencia de un método a costa de, principalmente, la estabilidad de este. ¿Pero en qué medida es esto necesario? Por otra parte, ¿puede hacerse de manera óptima? Veremos que las respuestas a estas preguntas dependen de la aplicación en mente, tal y como se pone de manifiesto en [1]. Dibujaremos un mapa para el particular estudio de los integradores simplécticos, explícitos y autoadjuntos de 3(.5) etapas. Exploraremos este recorriendo sus curvas de nivel y deteniéndonos en ciertos puntos de interés.

Referencias

- [1] S. Blanes, F. Casas, J.M. Sanz-Serna: Numerical Integrators for the Hybrid Monte Carlo Method, *SIAM J. Sci. Comput.* **36** (2014).

¹Dept. Matemática Aplicada
Fac. CC., Univ. Valladolid
Paseo de Belén, 7 - A321, 47011 Valladolid, Spain
cedricmc@icmat.uva.es



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Modelos numéricos de convección compresible en flujos geofísicos y astrofísicos

Jezabel Curbelo¹

El propósito de esta charla es describir modelos numéricos que nos permiten estudiar las diferencias en el término de difusión de las ecuaciones de los fluidos con las diferentes aproximaciones utilizadas en la actualidad para añadir efectos de compresibilidad como la aproximación de Boussinesq, que se basa en asumir que las variaciones de densidad se deben sólo a efectos térmicos; la aproximación anelástica, que permite filtrar las ondas acústicas y la aproximación líquido anelástica, que asume que $\alpha T \ll 1$ (donde α es el coeficiente de expansión térmica y T es la temperatura). Comenzaremos describiendo la implementación de un modelo totalmente compresible en 2D, el cual más tarde será reducido utilizando estas simplificaciones y a continuación analizaremos sus soluciones en una amplia gama de parámetros adimensionales con el objetivo de determinar el dominio de validez de cada una.

¹Laboratoire de Géologie de Lyon-Terre, Planète, Environnement (CNRS/ENS-Lyon/Lyon1)
Campus de la Doua, bât. GEODE, 2 rue Raphaël Dubois, 69622, Villeurbanne, France
jezabel.curbelo@ens-lyon.fr

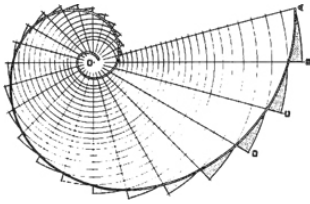
¹Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UC3M-UCM)
Calle Nicolás Cabrera 13-15, Campus de Cantoblanco, 28049 Madrid, Spain
jezabel.curbelo@icmat.es

Técnicas Numéricas de Sistemas Dinámicos para la Búsqueda de los Restos del Malaysia Airlines MH370

V. J. García-Garrido¹, A. M. Mancho¹, S. Wiggins², C. Mendoza³

La desaparición del avión de Malaysia Airlines MH370 en el Océano Índico la mañana del 8 de marzo de 2014 se ha convertido en uno de los grandes misterios de nuestro tiempo, ya que hasta la fecha no se ha encontrado ningún resto relacionado con el accidente. La incertidumbre en el punto final de impacto del avión y el tiempo que ha pasado desde el siniestro, motivan la cuestión de cómo se han dispersado los restos en un océano siempre cambiante. En esta charla discutiremos la aplicación de los Descriptores Lagrangianos [1, 2], una técnica matemática desarrollada en el marco de la teoría de los Sistemas Dinámicos, para diseñar protocolos eficientes que podrían haber resultado de gran ayuda a los Servicios de Búsqueda australianos en el rastreo de la trayectoria superficial de los restos que se originaron tras el supuesto accidente aéreo [3, 4].

Para abordar este problema hemos desarrollado una metodología sistemática basada en el análisis de las corrientes oceánicas presentes en el Océano Índico Sur, cuyo objetivo consiste en identificar las estructuras geométricas de mesoescala y barreras dinámicas relevantes que caracterizan el transporte geofísico en esta región, durante el periodo temporal en el que tuvieron lugar las operaciones de búsqueda superficial. En este trabajo hemos utilizado campos de velocidades del océano proporcionados por dos fuentes de datos online de acceso público: AVISO, que está basado en medidas satelitales de altimetría, y el Hybrid Coordinate Ocean Model (HYCOM), que asimila datos de satélites relativos a la altura y temperatura de la superficie del mar. Mediante la aplicación de los Descriptores Lagrangianos a estos datos, nuestras herramientas son capaces de determinar el esqueleto Lagrangiano subyacente que gobierna el transporte en la región de interés. Una vez obtenidas estas estructuras, utilizamos técnicas de advección de contornos para simular



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

la dispersión superficial de los restos tras el accidente. Finalmente, nuestros resultados son contrastados con trayectorias reales de boyas marinas superficiales, recopiladas a través de medidas GPS y distribuidas por el Global Drifters Program (GDP). Todas estas herramientas nos permiten proponer una estrategia de búsqueda más eficiente a la que se ha empleado, destacando la asignación de recursos y esfuerzos a regiones que fueron descartadas o pasadas por alto en las labores de búsqueda, e ignorando otras regiones que, paradójicamente, estuvieron sujetas a tareas intensivas de búsqueda.

Referencias

- [1] J. A. J. Madrid, A. M. Mancho: Distinguished trajectories in time dependent vector fields, *Chaos* **19** (2009).
- [2] A. M. Mancho, S. Wiggins, J. Curbelo and C. Mendoza: Lagrangian Descriptors: A Method for Revealing Phase Space Structures of General Time Dependent Dynamical Systems, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **18** (2013), 3530–3557.
- [3] Australian Transport Safety Bureau. Transport Safety Report: MH370 - Definition of Underwater Search Areas (18 August 2014). https://www.atsb.gov.au/media/5243942/ae-2014-054_mh370_-_definition_of_underwater_search_areas_18aug2014.pdf
- [4] Australian Transport Safety Bureau. Transport Safety Report: MH370 - Flight Path Analysis Update (8th October 2014). https://www.atsb.gov.au/media/5163181/AE-2014-054_MH370%20-FlightPathAnalysisUpdate.pdf

¹Instituto de Ciencias Matemáticas, CSIC-UAM-UC3M-UCM
C. Nicolás Cabrera 15, Campus Cantoblanco UAM, 28049 Madrid, Spain
victor.garcia@icmat.es

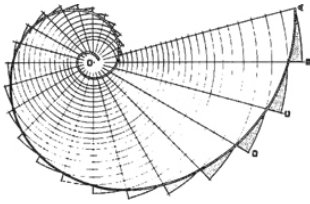
²School of Mathematics, University of Bristol
Bristol BS8 1TW, UK
s.wiggins@bristol.ac.uk

³ETSI Navales, Universidad Politécnica de Madrid
Av. Arco de la Victoria 4, 28040 Madrid, Spain
carolina.mendoza@upm.es

Soluciones débiles admisibles para las ecuaciones de Navier-Stokes via una aproximación numérica de subescalas

Juan V. Gutiérrez Santacreu¹

Los métodos variacionales multiescala dan lugar a aproximaciones de elementos finitos estables para las ecuaciones de Navier-Stokes, que tratan tanto la naturaleza indefinida del sistema (estabilidad para la presión) como la pérdida de estabilidad para la velocidad para números de Reynolds grandes. Estos métodos enriquecen la formulación de Galerkin con una componente de subescala que es modelada. De hecho, se ha probado que el efecto de esta componente sobre las escalas capturadas disipa la cantidad



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

apropiada de energía para aproximar el espectro de energía correcto. De este modo, podemos decir que los métodos variacionales multiescalas actúan como modelos turbulentos que permiten aproximar los flujos para números de Reynolds grandes sin la necesidad de capturar todas las escalas del sistema.

En esta charla, hablaremos sobre un modelo de subescalas dinámicas el cual fuerza la componente de subescala a ser ortogonal al espacio de elementos finitos en la norma de L^2 . En [1], probamos la convergencia de las soluciones discretas hacia soluciones débiles del problema de Navier-Stokes. Además, en [2], también probamos la existencia de un atractor global a nivel discreto. Ahora, estamos interesados en analizar la convergencia de las soluciones discretas hacia soluciones débiles (admisibles), las cuales verifican una desigualdad de entropía.

Referencias

- [1] S. Badia, J.V. Gutiérrez-Santacreu: Convergence towards weak solutions of the Navier-Stokes equations for a finite element approximation with numerical subgrid-scale modelling. *IMA J. Numer. Anal.* **34** (3), (2014), 1193–1221.
- [2] S. Badia, R. Codina, J. V. Gutiérrez-Santacreu: Long-term stability estimates and existence of a global attractor in a finite element approximation of the Navier-Stokes equations with numerical subgrid scale modeling. *SIAM J. Numer. Anal.* **48** (3), (2010), 1013–1037.
- [3] S. Badia, J. V. Gutiérrez-Santacreu: Convergence to suitable weak solutions for a finite element approximation of the Navier-Stokes equations with numerical sub-grid scale modeling. *Preprint*.

¹Departamento de Matemática Aplicada I
E.T.S.I. Informática, E.T.S.I. Informática, Universidad de Sevilla
Avda. Reina Mercedes, s/n. E-41012 Sevilla, Spain
juanvi@us.es

Estudio dinámico de métodos iterativos

Ángel Alberto Magreñán¹

El estudio de los procesos iterativos ha sido un tema de estudio por investigadores en Matemáticas durante mucho tiempo. Saber cuando un método va a converger hacia la solución y qué puntos nos van a llevar a ella se ha convertido en uno de los problemas más estudiados en los últimos tiempos. Numerosos autores han dado condiciones necesarias para garantizar la convergencia de diferentes métodos utilizando distintas técnicas. El primer objetivo de esta charla es presentar algunas de estas técnicas para garantizar la convergencia en espacios de Banach como por ejemplo, el uso de sucesiones mayorizantes [3, 4, 8].

Otro de los objetivos que se persiguen con esta charla es presentar el estudio de la dinámica compleja de diferentes métodos iterativos. El estudio de las propiedades dinámicas de métodos iterativos aplicados a polinomios nos da una información muy importante sobre la estabilidad del propio método. En recientes estudios, autores como Amat et al [1, 2], Cordero et al. [5, 6], Chun et al. [7], Magreñán [9, 10] entre otros han encontrado planos dinámicos interesantes, incluyendo comportamientos periódicos, caos y otras anormalías. En esta charla, se presentarán las técnicas que se usan y que nos van a permitir elegir entre diferentes métodos y escoger el mejor en términos de convergencia.



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

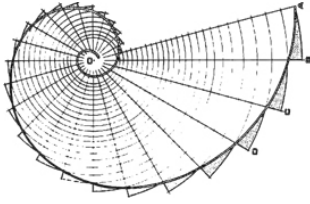
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Por último, se presentará también el estudio de la dinámica real, que aunque pueda parecer trivial a partir de la dinámica compleja, no es cierto, ya que existen comportamientos diferentes en la dinámica real y la dinámica compleja. En la charla se presentarán las técnicas clásicas y la nueva y compacta forma desarrollada en [11].

Referencias

- [1] Amat, S., Busquier, S. & Plaza, S., Dynamics of the King and Jarratt iterations, *Aequationes Math.*, **69**(3) (2005), 212–223.
- [2] Amat, S., Busquier, S. & Plaza, S., Chaotic dynamics of a third-order Newton-type method, *J. Math. Anal. Appl.*, **366** (1) (2010), 24–32.
- [3] Argyros, I.K., A unifying local–semilocal convergence analysis and applications for two–point Newton–like methods in Banach space, *J. Math. Anal. Appl.*, 298 (2004), 374–397.
- [4] I.K. Argyros, *Computational theory of iterative methods. Series: Studies in Computational Mathematics, 15*, Editors: C.K.Chui and L. Wuytack, Elsevier Publ. Co., New York, U.S.A, 2007.
- [5] Cordero, A., García-Maimó, J., Torregrosa, J.R., Vassileva, M.A. & Vindel, P., Chaos in King’s iterative family, *Applied Mathematics Letters*, **26** (2013), 842–848.
- [6] Cordero, A., Torregrosa, J.R., & Vindel, P., Dynamics of a family of Chebyshev-Halley type methods, *Applied Mathematics and Computation*, **219** (2013), 8568–9583.
- [7] Chun, C., Lee, M. Y., Neta, B. & Džurinic, J., On optimal fourth order iterative methods free from second derivative and their dynamics, *Applied Mathematics and Computation*, **218** (2012), 6427–6438.
- [8] Gutiérrez, J.M., Hernández, M.A., Third-order iterative methods for operators with bounded second derivative, *J. Comput. Math. Appl.*, 82 (1997), 171–183.
- [9] Magreñán, Á. A., *Estudio de la dinámica del método de Newton amortiguado (PhD Thesis)*, Servicio de Publicaciones, Universidad de La Rioja, Logroño. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=38821>.
- [10] Magreñán, Á. A., Different anomalies in a Jarratt family of iterative root-finding methods, *Applied Mathematics and Computation*, **233** (2014), 29–38.
- [11] Magreñán, Á. A., A new tool to study real dynamics: The convergence plane, *Applied Mathematics and Computation*, **248** (2014), 215–224.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad Internacional de La Rioja
C. Gran Vía 41, 26005, Logroño (La Rioja), Spain
alberto.magrenan@unir.net



Un modelo reducido Galerkin/POD aplicado al cálculo de bifurcaciones en un problema de convección de Rayleigh-Bénard en un dominio 2-dimensional

Francisco Pla¹, Henar Herrero¹, José Manuel Vega²

En este trabajo, un método reducido de tipo *Galerkin/POD*, es decir, Galerkin basado en *proper orthogonal decomposition* (POD), es aplicado al problema de convección de Rayleigh-Bénard tal que el número de Prandtl tiende a infinito y el número de Rayleigh será nuestro parámetro de bifurcación. El fluido se encuentra confinado entre una pared sólida inferior y una superficie libre no deformable superior en un dominio 2-dimensional (2-D) acotado $[0, \Gamma] \times [0, 1]$ con $\Gamma = L/d$ la relación de aspecto entre el ancho L y la profundidad d del dominio. Se supone que los perfiles del fluido confinado son periódicos en la dirección horizontal y consideraremos la aproximación de Boussinesq. Las ecuaciones y condiciones de contorno adimensionalizadas son las siguientes:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{in } \Omega = [0, \Gamma] \times [0, 1], \quad (1)$$

$$\theta \mathbf{e}_z - \nabla P + \frac{1}{\sqrt{R}} \Delta \mathbf{v} = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad (2)$$

$$\partial_t \theta + \mathbf{v} \cdot \nabla \theta - w = \frac{1}{\sqrt{R}} \Delta \theta \quad \text{in } \Omega, \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{0}, \theta = 0 \quad \text{at } z = 0, \quad \theta = \partial_z u = w = 0 \quad \text{at } z = 1, \quad (4)$$

$$\partial_x \theta = \partial_x w = u = 0 \quad \text{at } x = 0 \text{ and at } x = \Gamma. \quad (5)$$

Donde, $\mathbf{u} = (u, w)$ es el vector de la velocidad en 2-D, P y θ son los campos de la presión y temperatura respectivamente, \mathbf{e}_z es el vector unitario en la dirección vertical y R es el número de Rayleigh. Este problema presenta una simetría horizontal exacta y una simetría vertical no exacta (aproximada), la cuál es debido a valores grandes del número de Rayleigh en un régimen físicamente relevante.

Se presentará un modelo de orden reducido con dos ingredientes principales: (i) las simetrías se contabilizan en el cálculo de los modos POD y (ii) se aprovecha de la propiedad (ya probada en problemas de bifurcación relacionados) de que las bases POD obtenidas de los snapshots correspondientes a iterantes no convergentes de Newton o a pasos temporales antes de que el problema temporal correspondiente converja para un determinado valor del número de Rayleigh, también contienen buenas aproximaciones de los estados estacionarios para otros valores de R . Con el método de continuación en el modelo de orden reducido, el diagrama de bifurcación se calcula en un coste computacional bastante bajo.

¹Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias y Tecnologías
Universidad de Castilla-La Mancha Químicas
13071 Ciudad Real, Spain
Francisco.Pla@uclm.es
Henar.Herrero@uclm.es

²Escuela de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio
Universidad Politécnica de Madrid
28040 Madrid, Spain
josemanuel.vega@upm.es



Un método variacional multiescala basado en proyección con leyes de pared: aplicación a flujos incompresibles y modelado de turbulencia

Samuele Rubino¹

Los métodos de multiescala variacional (VMS) se utilizan cada vez más como una válida alternativa a modelos de tipo LES (Large Eddy Simulation) para la simulación de flujos incompresibles en régimen laminar y turbulento, ya que proporcionan una precisión similar, y evitan algunas desventajas.

La simulación de flujos limitados por paredes sólidas a través de modelos VMS, sin embargo, puede llegar a ser muy costosa en términos de recursos computacionales debido al cálculo de las capas límite, que requiere un mallado muy fino en la dirección normal a las paredes. Una alternativa para superar esta dificultad viene dada por el uso de leyes de pared. Las leyes de pared son ampliamente utilizadas en la simulación de la turbulencia en Ingeniería, usualmente en modelos de tipo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

En esta charla, nos centramos en el uso de modelos VMS-LES con condiciones de contorno mixtas, que incluyen leyes de pared. Proponemos trabajar con un modelo de proyección VMS-LES, que proporciona una separación del flujo en tres escalas. Para proponer un método numérico viable para la aproximación de flujos laminares y turbulentos, también consideramos la combinación con métodos estabilizados de alto orden, que encajan perfectamente en el marco VMS [1]. El análisis numérico y la validación a través de la simulación de flujos relevantes en Ingeniería justifican el interés de nuestro enfoque. El método propuesto proporciona resultados similares a los de otros modelos VMS más complejos existentes en la literatura, y ofrece un buen balance entre precisión y complejidad computacional [2].

Referencias

- [1] N. Ahmed, T. Chacón Rebollo, V. John, S. Rubino: Stability and error estimates of the fully discrete NSE with LPS methods, *Preprint*.
- [2] T. Chacón Rebollo, M. Gómez Mármol, S. Rubino: Numerical analysis of a finite element projection-based VMS turbulence model with wall laws, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **285** (2015), 379–405.

¹Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico
Universidad de Sevilla
C/ Tarfia s/n., Campus Reina Mercedes, 41012 Sevilla, Spain
samuele@us.es