CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES
Real Sociedad Matemática Española
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Estimación de estabilidad para el operador de Schrödinger con término magnético

L. Potenciano[1]

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, un conjunto abierto y acotado con frontera C^∞, consideramos el operador de Schrödinger con término magnético $L_{A,q}(x,D) : H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \to L^2(\Omega)$, definido por

$$L_{A,q}(x,D) := \sum_{j=1}^{n} \left(D_j + A_j(x)\right)^2 + q(x) = D^2 + A \cdot D + D \cdot A + A^2 + q,$$

donde $D = -i\nabla$, $A = (A_j)_{j=1}^n \in C^2\left(\overline{\Omega};\mathbb{R}^n\right)$ es el término magnético y $q \in L^\infty(\Omega)$ es el potencial eléctrico. Si suponemos que 0 no es un autovalor de $L_{A,q}$, entonces el siguiente mapa, denominado de Dirichlet-Neumann (DN), esta bien definido

$$\wedge_{A,q} : H^{1/2}(\partial\Omega) \to H^{-1/2}(\partial\Omega) \ , \ \wedge_{A,q} f := (\partial_\eta + iA \cdot \eta)\, u_{|\partial\Omega},$$

donde η es la normal exterior unitaria de Ω y u es solución del siguiente problema de Dirichlet

$$\begin{cases} L_{A,q} u = 0, & \text{en } \Omega, \\ u = f \in H^{1/2}(\partial\Omega). & \end{cases}$$

El problema inverso que se estudia en [1] es la determinación de A y q a partir del conocimiento de $\wedge_{A,q}$. Mas precisamente: sea $x_0 \in \mathbb{R}^n \setminus \overline{ch(\Omega)}$, donde $ch(\Omega)$ denota la cápsula convexa de Ω y definimos los conjuntos:

$$\partial\Omega_+ = \{x \in \partial\Omega : (x - x_0) \cdot \eta(x) > 0\} \ , \ \partial\Omega_- = \{x \in \partial\Omega : (x - x_0) \cdot \eta(x) \leq 0\} .$$

Sea B una vecindad de $\partial\Omega_-$ y supongamos que

$$\wedge_{A_1,q_1} f(x) = \wedge_{A_2,q_2} f(x) \quad \forall\, x \in B \ , \ \forall\, f \in H^{1/2}(\partial\Omega),$$

entonces $dA_1 = dA_2$ y $q_1 = q_2$.

En esta charla estudiamos la estimación de estabilidad correspondiente al resultado de unicidad obtenido en [1], descrito líneas arriba. La estimación que obtenemos es del tipo log-log. Para esto construimos soluciones especiales del operador $L_{A,q}$. Enchufamos estas soluciones en una identidad que, vía fórmula de Green, relaciona integrales en Ω con integrales en $\partial\Omega$. Seguidamente y de manera natural aparece en nuestras estimaciones la transformada geodésica atenuada, en este paso usamos los resultados obtenidos en [2]. Este trabajo forma parte de mi tesis doctoral bajo la supervisión del Dr. Alberto Ruiz Gonzalez.

Referencias

[1] D. Dos Santos Ferreira, C.E. Kenig, J.Sjöstrand, G.Uhlmann: Determining a magnetic Schrödinger operator from partial Cauchy data, *Comm. Math. Phys.* **271** (2007), 467-488.

[2] S. Holman, P. Stefanov: The weighted Doppler transform, *Inv. Problem and Imag.* **4**(2010), 111-130.

[1]Departamento de Matmáticas.
Universidad Autónoma de Madrid.
Campus Universitario de Cantoblanco. 28049 Madrid. Spain
leyter.potenciano@uam.es