



Existencia y no existencia para el problema de Nirenberg singular

R. López¹, F. de Marchis²

El propósito de esta charla es abordar el problema de prescribir la curvatura Gaussiana en \mathbb{S}^2 , la esfera unitaria, mediante cambios conformes de la métrica con singularidades cónicas. Así pues, sea $K : \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función suave fijada, un conjunto de puntos $\{p_1, \dots, p_m\} \subset \mathbb{S}^2$ y $\{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ el orden de sus respectivas singularidades, con $m \in \mathbb{N}$ y $\alpha_i > 0$. Entonces, estudiamos la ecuación:

$$-\Delta_0 u = \lambda \left(\frac{K e^u}{\int_S K e^u dV_{g_0}} - \frac{1}{4\pi} \right) - 4\pi \sum_{j=1}^m \alpha_j \left(\delta_{p_j} - \frac{1}{4\pi} \right) \quad \text{in } \mathbb{S}^2. \quad (1)$$

El problema ha sido ampliamente estudiado en el caso regular, i.e. $\alpha_i = 0$, ver [?], y el caso regular con la condición $K > 0$, ver [3]. Empleando técnicas variacionales, nos centramos en el caso singular en que K cambia de signo, el cual presenta dificultades en cuanto a compacidad. Por último, introducimos condiciones para la no existencia de solución de (1) análogas a las clásicas. Trabajo en colaboración con F. de Marchis (Sapienza - Università di Roma)

Referencias

- [1] W. Chen, C. Li: A necessary and sufficient condition for the Nirenberg problem, *Comm. Pure Appl. Math.* **48** no. 6, (1995)657-667.
- [2] F. De Marchis, R. López-Soriano: Existence and non existence results for the singular Nirenberg problem, preprint.
- [3] A. Malchiodi, D. Ruiz: New improved Moser-Trudinger inequalities and singular Liouville equations on compact surfaces. *Geom. Funct. Anal.* **21** no.5, (2011) 1196-1217.

¹Departamento de Análisis Matemático.
Universidad de Granada.
Avenida Fuentenueva S/N. C.P.: 18071 Granada. Spain
rafals@ugr.es

²Dipartimento di Matematica.
Università degli Studi di Roma Sapienza.
Piazzale Aldo Moro 5, 00185 Roma. Italy
demarchi@mat.uniroma1.it