



Resultados de existencia y unicidad para una ecuación elíptica con el operador 1-Laplaciano y la variación total

M. Latorre¹, S. Segura de León¹

El objetivo es estudiar un problema de Dirichlet en el que aparece el operador 1-Laplaciano y la variación total multiplicada por una función; es decir, estudiamos el problema:

$$\begin{cases} -\operatorname{div} \left(\frac{Dv}{|Dv|} \right) + g(v)|Dv| = f & \text{en } \Omega, \\ v = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde Ω es un conjunto abierto y acotado de \mathbb{R}^N con frontera Lipschitz, el dato f es una función no negativa del espacio de Marcinkiewicz $L^{N,\infty}(\Omega)$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y no negativa.

Un caso particular de este problema aparece cuando tomamos la función $g \equiv 1$. Obtenemos un problema que ya ha sido estudiado cuando f es una función del espacio $L^q(\Omega)$ con $q > N$, siendo las soluciones acotadas (ver [2]). Nosotros obtenemos resultados de existencia y unicidad de soluciones no acotadas para datos en $L^{N,\infty}(\Omega)$.

Por otro lado, veremos que la función g tiene un efecto regularizante ya que si tomamos $g \equiv 0$, desaparece el término del gradiente y no se puede garantizar la existencia ni la unicidad de solución (ver [1]). Por el contrario, si existe $m > 0$ tal que $g(s) > m$ para todo $s \in \mathbb{R}$, entonces existe una única solución al problema de Dirichlet.

Referencias

- [1] F. Andreu-Vailló, V. Caselles, J.M. Mazón: *Parabolic quasilinear equations minimizing linear growth functionals*. Progress in Mathematics, 223. Birkhäuser Verlag, Basel, 2004.
- [2] J.M. Mazón, S. Segura de León: The Dirichlet problem for a singular elliptic equation arising in the level set formulation of the inverse mean curvature flow, *Adv. Calc. Var.* **6** (2013), 123–164.

¹Departament d'Anàlisi Matemàtica
Universitat de València
Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot, València (SPAIN)
marta.latorre@uv.es, sergio.segura@uv.es