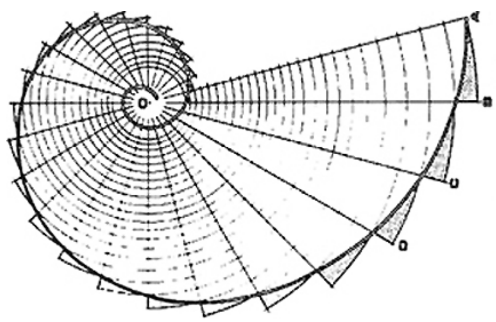
# III

# CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

## *de la Real Sociedad Matemática Española*

**Universidad de Murcia, 7-11 Septiembre, 2015**



# SESIÓN

# ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES


**Financiado por:**

Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia, 19625/OC/14, con cargo al Programa "Jiménez de la Espada de Movilidad, Cooperación e Internacionalización"; plan propio de investigación de la Universidad de Murcia; Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena.

# Continuación única para el operador de Schrödinger

**Naiara Arrizabalaga**[1], **Miren Zubeldia**[2]

La propiedad de continuación única se considera una herramienta muy útil en ecuaciones en derivadas parciales, por ejemplo, para probar la unicidad de solución. En esta charla, presentamos varios teoremas de continuación única para el operador de Schrödinger con potenciales electromagnéticos con fuertes singularidades en el origen y cierto decaimiento en el infinito. Estos resultados se prueban mediante estimaciones de tipo Carleman, que pueden entenderse como desigualdades con peso. Las estimaciones que utilizamos tienen un peso polinomial o exponencial dependiendo de la singularidad del potencial considerado.

[1]Universidad del País Vasco, UPV/EHU
naiara.arrizabalaga@ehu.eus

[2]University of Helsinki
miren.zubeldia@helsinki.fi

# Self-similar solutions to Smoluchowski coagulation equation

**G. Breschi**[1], **M. A. Fontelos**[1]

The aim of this talk is to present recent contributions in collaboration with Marco A. Fontelos: the study of self-similarity in coagulation and fragmentation models. Smoluchowski's coagulation equation is a mean field model describing cluster growth by binary aggregation that has been used in a very wide set of applications, ranging from physical chemistry to astrophysics and population dynamics. Let the function $\mathrm{c}\,(x,t)$ represent the mean amount of $x-$mass polymers per unit volume at a given time. Then, the evolution of c is expressed by the non linear, integrodifferential equation:

$$\partial_t \mathrm{c}\,(x,t) = \frac{1}{2}\int_0^x K\,(x-y,y)\,\mathrm{c}\,(x-y,t)\,\mathrm{c}\,(y,t)\;\mathrm{d}y - \mathrm{c}\,(x,y)\int_0^\infty K\,(x,y)\,\mathrm{c}\,(y,t)\;\mathrm{d}y.$$

The dynamical properties depend on the integration kernel $K\,(x,y)$, which determines the reactivity between couples of masses. It is known that, for certain kernels such as $K_* = xy$, a singularity in finite time occurs: the solution develops a heavy tail in finite time and the total mass is no longer conserved. This phenomenon is called gelation and represents the formation of a cluster with infinite density that drains mass from the coagulating system.

We will consider homogeneous kernels $K\,(x,y) = (xy)^\lambda$ with $\lambda \leq 1$ and present some results about self-similar solutions both in singular and non singular cases. Such self-similar solutions depend on a free exponent that cannot be determined from dimensional considerations -self-similar solution of the second kind-; instead it must be determined imposing the behavior at the origin and infinity.

[1]ICMAT
C/ Nicolás Cabrera, nº 13-15
Campus de Cantoblanco, UAM. Madrid. Spain
giancarlo.breschi@icmat.es, marco.fontelos@icmat.es

# Clasificación de supersoluciones y teoremas de Liouville para ecuaciones elípticas con términos gradiente

**M. Á. Burgos-Pérez**[1], **J. García-Melián**[1], **A. Quaas**[2]

El clásico resultado de [5] establece que no hay soluciones positivas (clásicas) del problema

$$-\Delta u = u^p \text{ en } \mathbb{R}^N \tag{1}$$

para $N \geq 3$ y $1 < p < \frac{N+2}{N-2}$. Además, como consecuencia de [4], el problema (1) tampoco admite supersoluciones positivas si $1 < p \leq \frac{N}{N-2}$. Este último resultado sigue siendo válido cuando $\mathbb{R}^N$ es reemplazado por un dominio exterior $\mathbb{R}^N \setminus B_{R_0}$ (ver [2], donde se tiene en cuenta una amplia clase de operadores elípticos y no linealidades).

Importantes investigaciones han continuado con el trabajo pionero [5] para obtener resultados de no existencia (teoremas de Liouville) más generales. En ellos, generalmente se estudia la ecuación (1) donde el Laplaciano es sustituido por otro operador elíptico y el lado derecho por otras funciones, las cuales se comportan básicamente como una potencia.

Un ejemplo de este tipo de ecuaciones fue considerado en [1], donde el laplaciano es perturbado con un término gradiente, es decir:

$$-\Delta u + |\nabla u|^q \geq \lambda f(u) \text{ en } \mathbb{R}^N \setminus B_{R_0},$$

donde $N \geq 3$, $q > 1$ y $\lambda > 0$. La función $f$ es positiva y está controlada por una potencia $u^p$ cerca de cero. Se obtienen algunas regiones de no existencia en términos de $N$, $q$, $p$ y $\lambda$.

Nuestro interés en este trabajo es conocer cómo cambian los teoremas de no existencia cuando (1) es perturbada con un término gradiente pero de diferente naturaleza. De forma más precisa, nuestro objetivo es analizar la existencia y no existencia de supersoluciones positivas para la ecuación

$$-\Delta u \geq f(u)|\nabla u|^q \text{ en } \mathbb{R}^N \setminus B_{R_0}, \tag{2}$$

donde $N \geq 3$, $q > 0$ y $f$ es una fución positiva y continua.

Notemos que las constantes positivas son siempre supersoluciones de (2). Por lo tanto, queremos encontrar condiciones que nos garanticen la existencia de supersoluciones positivas no triviales o, por el lado contrario, condiciones bajo las cuales las únicas supersoluciones positivas de (2) sean las constantes. El caso donde $f(u) = u^p$, con algunos operadores más generales en lugar del laplaciano, ya fue tratado en [3].

Es posible clasificar las supersoluciones positivas no triviales en términos de ciertas propiedades sobre la monotonía de estas funciones. Con esta clasificación, la ecuación (2) admite hasta tres tipos distintos de supersoluciones positivas no triviales. Además, se dan condiciones que caracterizan la existencia de supersoluciones de cada uno de los tipos. Como consecuencia de esta caracterización, obtenemos el siguiente teorema de Liouville:

**Theorem.** *Si* $0 < q < 1$ *y existe* $\delta > 0$ *tal que* $\displaystyle\int_0^\delta \frac{f(t)}{t^{\frac{(2-q)(N-1)}{N-2}}}\,dt = +\infty$, *entonces las únicas supersoluciones positivas de* (2) *son las constantes.*

## Referencias

[1] S. Alarcón, J. García-Melián, A. Quaas: Nonexistence of positive supersolutions to some nonlinear elliptic problems. *J. Math. Pures Appl.* **99** (2013), 618-634.

[2] S. N. Armstrong, B. Sirakov: Nonexistence of positive supersolutions of elliptic equations via the maximum principle. *Comm. Partial Differential Equations* **36** (2011), no. 11, 2011-2047.

[3] R. Filippucci: Nonexistence of positive weak solutions of elliptic inequalities, *Nonlinear Anal*. **70** (2009), 2903-2916.

[4] B. Gidas: *Symmetry properties and isolated singularities of positive solutions of nonlinear elliptic equations*. In “Nonlinear partial differential equations in Engineering and Applied Science", R. Sternberg, A. Kalinowski, J. Papadakis Eds. Lecture Notes in Pure and Appl. Math. **54**, Marcel Dekker, New York, 1980, pp. 255-273.

[5] B. Gidas, J. Spruck: Global and local behavior of positive solutions of nonlinear elliptic equations. *Comm. Pure Appl. Math*. **34** (1981), 525-598.

[1]Departamento de Análisis Matemático,
Universidad de La Laguna.
c/. Astrofísico Francisco Sánchez s/n, 38271 La Laguna, Santa Cruz de Tenerife.
miguelburgosperez@gmail.com, jjgarmel@ull.edu.es

[2]Departamento de Matemática,
Universidad Técnica Federico Santa María.
Avenida España 1680, Región V. Chile alexander.quaas@usm.cl

## Flatness of nonlocal phase transition in low dimensions

**Eleonora Cinti**[1], **Joaquim Serra**[2], **Enrico Valdinoci**[1]

We consider nonlocal functionals, like fractional perimeter or the energy functional associated to the fractional Allen-Cahn equation, in dimensions $n = 2$ and $n = 3$. It is known that nonlocal minimal surfaces are flat in dimension 2, and that the level sets of minimizers for the s-fractional Allen-Cahn equation in the all space are flat in dimension 2 for any $s$ and in dimension 3 for any $1/2 \leq s < 1$. We give a quantitative version of these results, in the following sense: we prove that the level sets of minimizers in a ball of radius $R$ are nearly flat in $B_1$, when $R$ is large enough. More precisely, we establish a quantitative estimate on how çlose"these surfaces are (in the $L^1$-sense and in the $L^\infty$-sense) to be a plane, depending on $R$. Our approach does not use the Caffarelli -Silvestre extension, and can be applied to more general nonlocal functional, like, for example, the anisotropic fractional perimeter. This is a joint work with Joaquim Serra and Enrico Valdinoci.

[1]Weierstras Institut fur Angewandte Analysis und Stochastik,
Hausvogteiplatz 11A, 10117 Berlin, Germany.
cinti@wias-berlin.de, enrico.valdinoci@wias-berlin.de

[2]Universitat Polit‘ecnica de Catalunya,
Departament de Matema‘tica Aplicada I,
Diagonal 647, 08028 Barcelona, Spain.
joaquim.serra@upc.edu

# Transmission eigenvalues for higher-order operators and higher-order perturbations

**A. García**[1], **E. V. Vesalainen**[2], **M. Zubeldia**[3]

We extend the theory of transmission eigenvalues for higher-order main terms on three fronts. First, we extend the techniques of Serov and Sylvester to prove discreteness and existence results for transmission eigenvalues for higher-order main terms with singular and degenerate potentials. Second, we extend Sylvester's approach via upper triangular operators to establish the discreteness of transmission eigenvalues for higher-order main terms and higher-order perturbations. Finally, we extend Sylvester's approach to establish discreteness for some magnetic Schrödinger operators.

[1]Universidad de País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea, Spain
andoni.agarcia@gmail.com

[2]Department of Mathematics and Statistics
FI-00014 University of Helsinki, Finland
esa.vesalainen@gmail.com

[3]Basque Center for Applied Mathematics
Mazarredo, 14. 48009 Bilbao. Spain
mzubeldia@bcamath.org

# New results on the large time behavior for some nonlinear diffusion equations with absorption

**Razvan Gabriel Iagar**[1], **Said Benachour**[2], **Philippe Laurençot**[3]

In this talk, we report on recent advances in the understanding of the large time behavior for the porous medium equation with absorption:

$$\partial_t u - \Delta u^m + u^q = 0, \quad u = u(t,x),\ (t,x) \in (0,\infty) \times R^N,$$

where $(N-2)_+/N < m < \infty$ and $q > 0$, with emphasis on the two important critical cases:

$$q = q_* := m + \frac{2}{N}, \qquad \text{respectively} \qquad q = m,$$

marking interfaces between the regime dominated by the diffusion process and the one driven by the absorption term. We show that when $q = m$, there is a striking and unexpected difference between the behavior in the case of the fast diffusion equation $m < 1$ and the slow diffusion $m > 1$, solving the latter, where a KPP-type behavior takes place. We also give gradient estimates and a sharp lower bound for solutions in the fast diffusion case, that are new and interesting for themselves.

[1]Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)
Nicolás Cabrera, 13-15, Campus de Cantoblanco
28049, Madrid, Spain
razvan.iagar@icmat.es

[2]Institut Elie Cartan,
Université de Lorraine,
Vandoeuvre-les-Nancy, France
said.benachour@univ-lorraine.fr

[3]Institut de Mathématiques de Toulouse,
Université Paul Sabatier,
Route de Narbonne, Toulouse, France
philippe.laurencot@math.univ-toulouse.fr

## Resultados de existencia y unicidad para una ecuación elíptica con el operador 1–Laplaciano y la variación total

**M. Latorre** [1], **S. Segura de León** [1]

El objetivo es estudiar un problema de Dirichlet en el que aparece el operador 1–Laplaciano y la variación total multiplicada por una función; es decir, estudiamos el problema:

$$\begin{cases} -\text{div}\left(\dfrac{Dv}{|Dv|}\right) + g(v)|Dv| = f & \text{en } \Omega\,, \\ v = 0 & \text{sobre } \partial\Omega\,, \end{cases}$$

donde $\Omega$ es un conjunto abierto y acotado de $\mathbb{R}^N$ con frontera Lipschitz, el dato $f$ es una función no negativa del espacio de Marcinkiewicz $L^{N,\infty}(\Omega)$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua y no negativa.

Un caso particular de este problema aparece cuando tomamos la función $g \equiv 1$. Obtenemos un problema que ya ha sido estudiado cuando $f$ es una función del espacio $L^q(\Omega)$ con $q > N$, siendo las soluciones acotadas (ver [2]). Nosotros obtenemos resultados de existencia y unicidad de soluciones no acotadas para datos en $L^{N,\infty}(\Omega)$.

Por otro lado, veremos que la función $g$ tiene un efecto regularizante ya que si tomamos $g \equiv 0$, desaparece el término del gradiente y no se puede garantizar la existencia ni la unicidad de solución (ver [1]). Por el contrario, si existe $m > 0$ tal que $g(s) > m$ para todo $s \in \mathbb{R}$, entonces existe una única solución al problema de Dirichlet.

## Referencias

[1] F. Andreu-Vaillo, V. Caselles, J.M. Mazón: *Parabolic quasilinear equations minimizing linear growth functionals.* Progress in Mathematics, 223. Birkhäuser Verlag, Basel, 2004.

[2] J.M. Mazón, S. Segura de León: The Dirichlet problem for a singular elliptic equation arising in the level set formulation of the inverse mean curvature flow, *Adv. Calc.Var.* **6** (2013), 123–164.

[1]Departament d'Anàlisi Matemàtica
Universitat de València
Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot, València (SPAIN)
marta.latorre@uv.es, sergio.segura@uv.es

# Existencia y no existencia para el problema de Nirenberg singular

**R. López**[1], **F. de Marchis**[2]

El propósito de esta charla es abordar el problema de prescribir la curvatura Gaussiana en $\mathbb{S}^2$, la esfera unitaria, mediante cambios conformes de la métrica con singularidades cónicas. Así pues, sea $K : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{R}$ una función suave fijada, un conjunto de puntos $\{p_1, \cdots, p_m\} \subset \mathbb{S}^2$ y $\{\alpha_1, \cdots, \alpha_m\}$ el orden de sus respectivas singularidades, con $m \in \mathbb{N}$ y $\alpha_i > 0$. Entonces, estudiamos la ecuación:

$$- \Delta_0 u = \lambda \left( \frac{Ke^u}{\int_S Ke^u dV_{g_0}} - \frac{1}{4\pi} \right) - 4\pi \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \left( \delta_{p_j} - \frac{1}{4\pi} \right) \quad \text{in} \quad \mathbb{S}^2. \tag{3}$$

El problema ha sido ampliamente estudiado en el caso regular, i.e. $\alpha_i = 0$, ver [**?**], y el caso regular con la condición $K > 0$, ver [3]. Empleando técnicas variacionales, nos centramos en el caso singular en que $K$ cambia de signo, el cual presenta dificultades en cuanto a compacidad. Por último, introducimos condiciones para la no existencia de solución de (3) análogas a las clásicas. Trabajo en colaboración con F. de Marchis (Sapienza - Universita di Roma)

## Referencias

[1] W. Chen, C. Li: A necessary and sufficient condition for the Nirenberg problem, *Comm. Pure Appl. Math.* **4**8 no. 6, (1995)657-667.

[2] F. De Marchis, R. López-Soriano: Existence and non existence results for the singular Nirenberg problem, preprint.

[3] A. Malchiodi, D. Ruiz: New improved Moser-Trudinger inequalities and singular Liouville equations on compact surfaces. *Geom. Funct. Anal.* **2**1 no.5, (2011) 1196-1217.

[1]Departamento de Análisis Matemático.
Universidad de Granada.
Avenida Fuentenueva S/N. C.P.: 18071 Granada. Spain
`rafals@ugr.es`

[2]Dipartimento di Matematica.
Universitá degli Studi di Roma Sapienza.
Piazzale Aldo Moro 5, 00185 Roma. Italy
`demarchi@mat.uniroma1.it`

# Maximal estimates for the Schrödinger operator

**Renato Lucà**[1], **Keith M. Rogers**[1]

We give necessary and sufficient conditions for the maximal Schrödinger operator in order to be $L^2$ bounded with respect to fractal measures. This refines the almost everywhere convergence of the solutions of the linear Schrödinger equation to the initial data as time tends to zero.

[1]ICMAT
`renato.luca@icmat.es`

# Optimal solvability conditions on a fractional parabolic problem. A weighted Harnack inequality

**M. Medina**[1], **B. Abdellaoui**[2], **I. Peral**[1], **A. Primo**[1]

In this talk we will analyze the influence of the Hardy potential in the following fractional parabolic problem,

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_t + (-\Delta)^s u &=& \lambda \dfrac{u}{|x|^{2s}} + cf \text{ in } \Omega \times (0,T), \\ u(x,t) &>& 0 \text{ in } \Omega \times (0,T), \\ u(x,t) &=& 0 \text{ in } (\mathbb{R}^N \setminus \Omega) \times [0,T), \\ u(x,0) &=& u_0(x) \text{ if } x \in \Omega, \end{array}\right.$$

where $N > 2s$, $s \in (0,1)$, $c, \lambda > 0$, and $u_0 \geq 0$, $f \geq 0$ are in a suitable class of functions. We will see that the best constant $\Lambda_{N,s}$ in the fractional Hardy inequality provides the threshold between existence and nonexistence of positive solutions to this problem, in the spirit of the results obtained by Baras and Goldstein in [2]. Moreover, we will find the optimal summability conditions on $u_0$ and $f$ in order to have solvability. These results will require to prove a weak Harnack inequality for a weighted operator that naturally arises from the Hardy potential.

## Referencias

[1] B. Abdellaoui, M. Medina, I. Peral, A. Primo, *Optimal results for the fractional heat equation involving the Hardy potential*, Preprint (2014), http://arxiv.org/pdf/1412.8159.pdf.

[2] P. Baras, J.A. Goldstein: The heat equation with a singular potential, *Trans. Amer. Math. Soc.* **2**84 no. 1 (1984), 121–139.

[1]Departamento de Matmáticas, Universidad Autónoma de Madrid.
Campus Universitario de Cantoblanco. 28049 Madrid. Spain.
maria.medina@uam.es, ireneo.peral@uam.es, ana.primo@uam.es

[2]Laboratoire dÕAnalyse Nonlineaire et Mathematiques Appliquees.
Departement de Mathematiques,
Universite Abou Bakr Belkaid, Tlemcen, Tlemcen 13000, Algeria.
boumediene.abdellaoui@uam.es

# Analyticity up to the boundary of analytic linear parabolic problems and applications to observations over measurable sets.

**Santiago Montaner**[1], **Luis Escauriaza**[1], **Can Zhang**[2]

In the talk I will explain new quantitative estimates on the space-time analyticity of solutions to parabolic IVBP problems with $L^2$ initial data. The main features of these estimates are that:

i) they provide a time-independent lower bound for the radius of convergence in the space variable for the Taylor series of solutions,

ii) they hold up to the boundary of the domain in which we solve the parabolic problem.

The motivation for this quantification of analyticity stems from the application of the telescopic series method to prove observability inequalities over interior or boundary measurable sets for higher order equations or systems with variable coefficients. These observations are new even for the case of observations over open sets. As a drawback, we must require the coefficients to be space-time analytic and the boundary to be globally analytic. For second order equations the regularity hypothesis of the coefficients and boundary can be relaxed.

## Referencias

[1] L. Escauriaza, S. Montaner, C. Zhang: Observation from measurable sets for parabolic analytic evolutions and applications. *to appear in J. Math. Pure Appl.* (2015).

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea
Apto. 644, 48080 Bilbao, Spain
`luis.escauriaza@ehu.eus, santiago.montaner@ehu.eus.`

[2]School of Mathematics and Statistics
University of Wuhan
`zhangcansx@163.com`

# Non-splat singularity for the one-phase Muskat Problem

**Tania Pernas-Castaño**[1]

El problema de Muskat modela la evolución de la interfase entre dos fluidos inmiscibles de diferente naturaleza en un medio poroso. Tras una breve introducción del problema en el marco de las singularidades en tiempo finito, el objetivo de la charla es demostrar la no existencia de singularidades de tipo splat.

[1]Instituto de Ciencias Matemáticas

# Estimación de estabilidad para el operador de Schrödinger con término magnético

**L. Potenciano**[1]

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, un conjunto abierto y acotado con frontera $C^\infty$, consideramos el operador de Schrödinger con término magnético $L_{A,q}(x,D) : H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \to L^2(\Omega)$, definido por

$$L_{A,q}(x,D) := \sum_{j=1}^{n} (D_j + A_j(x))^2 + q(x) = D^2 + A \cdot D + D \cdot A + A^2 + q,$$

donde $D = -i\nabla$, $A = (A_j)_{j=1}^n \in C^2\left(\overline{\Omega}; \mathbb{R}^n\right)$ es el término magnético y $q \in L^\infty(\Omega)$ es el potencial eléctrico. Si suponemos que 0 no es un autovalor de $L_{A,q}$, entonces el siguiente mapa, denominado de Dirichlet-Neumann (DN), esta bien definido

$$\wedge_{A,q} : H^{1/2}(\partial\Omega) \to H^{-1/2}(\partial\Omega)\ ,\ \wedge_{A,q} f := (\partial_\eta + iA \cdot \eta)\, u_{|\partial\Omega},$$

donde $\eta$ es la normal exterior unitaria de $\Omega$ y $u$ es solución del siguiente problema de Dirichlet

$$\begin{cases} L_{A,q}u = 0, & \text{en } \Omega, \\ u = f \in H^{1/2}(\partial\Omega). & \end{cases}$$

El problema inverso que se estudia en [1] es la determinación de $A$ y $q$ a partir del conocimiento de $\wedge_{A,q}$. Mas precisamente: sea $x_0 \in \mathbb{R}^n \setminus \overline{ch(\Omega)}$, donde $ch(\Omega)$ denota la cápsula convexa de $\Omega$ y definimos los conjuntos:

$$\partial\Omega_+ = \{x \in \partial\Omega : (x - x_0)\cdot\eta(x) > 0\}\ ,\ \partial\Omega_- = \{x \in \partial\Omega : (x - x_0)\cdot\eta(x) \le 0\}\,.$$

Sea $B$ una vecindad de $\partial\Omega_-$ y supongamos que

$$\wedge_{A_1,q_1} f(x) = \wedge_{A_2,q_2} f(x) \quad \forall\, x \in B\ ,\ \forall\, f \in H^{1/2}(\partial\Omega),$$

entonces $dA_1 = dA_2$ y $q_1 = q_2$.

En esta charla estudiamos la estimación de estabilidad correspondiente al resultado de unicidad obtenido en [1], descrito líneas arriba. La estimación que obtenemos es del tipo log-log. Para esto construimos soluciones especiales del operador $L_{A,q}$. Enchufamos estas soluciones en una identidad que, vía fórmula de Green, relaciona integrales en $\Omega$ con integrales en $\partial\Omega$. Seguidamente y de manera natural aparece en nuestras estimaciones la transformada geodésica atenuada, en este paso usamos los resultados obtenidos en [2]. Este trabajo forma parte de mi tesis doctoral bajo la supervisión del Dr. Alberto Ruiz Gonzalez.

## Referencias

[1] D. Dos Santos Ferreira, C.E. Kenig, J.Sjöstrand, G.Uhlmann: Determining a magnetic Schrödinger operator from partial Cauchy data, *Comm. Math. Phys.* **271** (2007), 467-488.

[2] S. Holman, P. Stefanov: The weighted Doppler transform, *Inv. Problem and Imag.* **4**(2010), 111-130.

[1]Departamento de Matmáticas.
Universidad Autónoma de Madrid.
Campus Universitario de Cantoblanco. 28049 Madrid. Spain
leyter.potenciano@uam.es

# ODE solutions for the fractional Laplacian equations arising in conformal geometry

**Azahara de la Torre Pedraza[1], María del Mar González[1], Manuel del Pino[2], Jun-Cheng Wei[3]**

We construct some ODE solutions for the fractional Yamabe problem in conformal geometry. The fractional curvature, a generalization of the usual scalar curvature, is defined from the conformal fractional Laplacian, which is a non-local operator constructed on the conformal infinity of a conformally compact Einstein manifold. These ODE solutions are a generalization of the usual Delaunay and, in particular, solve the fractional Yamabe problem

$$(-\Delta)^\gamma u = c_{n,\gamma} u^{\frac{n+2\gamma}{n-2\gamma}}, u > 0 \text{ in } r^n \backslash \{0\},$$

with an isolated singularity at the origin. This is a fractional order ODE for which new tools need to be developed. The key of the proof is the computation of the fractional Laplacian in polar coordinates.

[1]Universitat Politècnica de Catalunya
azahara.de.la.torre@upc.edu, mar.gonzalez@upc.edu

[2]Universidad de Chile
delpino@dim.uchile.cl

[3]University of British Columbia
jcwei@math.ubc.ca