CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES
Real Sociedad Matemática Española
Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Cotas para la constante de hiperbolicidad de Gromov

Verónica Hernández[1], Domingo Pestana[2], José M. Rodríguez[3]

Si X es un espacio métrico geodésico y $x_1, x_2, x_3 \in X$, un triángulo geodésico $T = \{x_1, x_2, x_3\}$ es la unión de las tres geodésicas $[x_1x_2]$, $[x_2x_3]$, y $[x_3x_1]$ en X. El espacio X es δ-hiperbólico en el sentido de Gromov si cualquier lado de T está contenido en una δ-vecindad de la unión de los otros dos lados, para todo triángulo geodésico T en X. Si X is hiperbólico, denotamos por $\delta(X)$ a la constante de hiperbolicidad óptima de X, i.e. $\delta(X) = \operatorname{ínf}\{\delta \geq 0 : \quad X \text{ es } \delta\text{-hiperbólico}\}$. Calcular la constante de hiperbolicidad es un problema generalmente muy difícil. En consecuencia, resulta natural intentar acotar la constante de hiperbolicidad en función de algunos parámetros del grafo. Denotamos por $\mathcal{G}(n, m)$ al conjunto de grafos G con n vértices y m aristas, y tales que cada arista tiene longitud 1. En este trabajo estimamos $A(n, m) := \operatorname{mín}\{\delta(G) \mid G \in \mathcal{G}(n, m)\}$ y $B(n, m) := \operatorname{máx}\{\delta(G) \mid G \in \mathcal{G}(n, m)\}$. En particular, obtenemos buenas cotas para $B(n, m)$, y calculamos el valor preciso $A(n, m)$ para todos los valores de n y m. Además, aplicamos estos resultados a grafos aleatorios. De forma adicional, obtenemos una cota para el tamaño de un grafo en función de su diámetro y su orden.