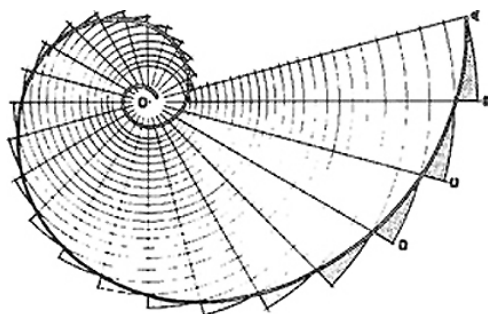


III

CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

de la Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, 7-11 Septiembre, 2015



SESIÓN ÁLGEBRA

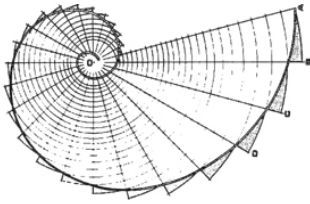
Financiado por:

Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia, 19625/OC/14, con cargo al Programa “Jiménez de la Espada de Movilidad, Cooperación e Internacionalización”; plan propio de investigación de la Universidad de Murcia; Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena.

f SéNeCa(+)

CENTUM
CIEN AÑOS DE LA UNIVERSIDAD DE MURCIA
1915 | 2015





CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Graduaciones en álgebras estructurables y sistemas de Kantor

Diego Aranda Orna¹

En este trabajo consideramos graduaciones de grupo en álgebras estructurables y en pares y sistemas triples de Kantor. Por un lado, veremos clasificaciones de las graduaciones de grupo abeliano en los pares y sistemas triples de Jordan de tipos bi-Cayley y Albert, y cuáles son sus grupos de Weyl. Por otra parte, daremos ejemplos de graduaciones en un álgebra estructurable de dimensión 56, conocida como álgebra de Brown. Finalmente, veremos cómo las graduaciones en los sistemas de Kantor considerados inducen graduaciones en ciertas álgebras de Lie simples excepcionales asociadas a éstos.

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Zaragoza
50009 Zaragoza, Spain
daranda@unizar.es

El género imaginario de grupos finitos

Adrián Bacelo Polo¹

Se consideran superficies compactas no orientables y sin borde. Si su género topológico es mayor que 2, su grupo de automorfismos es finito. Todo grupo finito actúa como grupo de automorfismos de alguna de estas superficies. Al menor género topológico de ellas se le llama el género imaginario del grupo.

En la presente comunicación se describen los avances sobre este parámetro realizados en la tesis doctoral. En particular, el género imaginario de todos los grupos entre orden 32 y 63; cuáles son todos los grupos con género imaginario entre 6 y 17; y lo más notable, la construcción de grupos con género imaginario de la forma $60k + 27$, que son el mayor problema actual a la hora de estudiar el espectro del género imaginario.

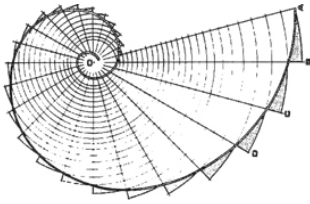
¹Departamento de Álgebra, Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid
Plaza de las Ciencias, nº 3, 28040 Madrid
abacelo@ucm.es

Acciones de Monoides Fieles y Transitivas

Enric Cosme-Llópez¹, Adolfo Ballester-Bolinches¹, Paz Jiménez-Seral²

Sea M un monoide y Ω un conjunto no vacío. Una acción de M sobre Ω es un homomorfismo de monoides, $\phi : M \rightarrow T_\Omega$, de M en el monoide T_Ω de todas las transformaciones totales en Ω . Decimos que la acción ϕ es *transitiva* si para todo a, b de Ω , existe un elemento m en el monoide M tal que $\phi(m)(a) = b$, y decimos que es *fiel* cuando ϕ es inyectiva.

De acuerdo con el teorema de Cayley todo monoide finito M admite una acción fiel en un conjunto finito y, si M es un grupo, esta acción también es transitiva. Además, toda acción de un grupo finito en un conjunto finito es equivalente a la acción en el conjunto de coclases de un subgrupo de core trivial. Aunque



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

las acciones de monoides son radicalmente diferentes, el estudio de las acciones transitivas y fieles puede reducirse satisfactoriamente a una situación cercana a la de los grupos.

Nuestro principal resultado reafirma este planteamiento y permite dar una caracterización completa de las acciones fieles y transitivas de un monoide sobre un conjunto finito.

Referencias

- [1] A. Ballester-Bolinches, L. M. Ezquerro: *Classes of Finite Groups*. Springer, New York, 2006.
- [2] O. Ganyushkin, V. Mazorchuk: *Classical Finite Transformation Semigroups: An Introduction*. Springer, Kiev-Upsala, 2008.
- [3] A. Kerber: *Applied Finite Group Actions*. Springer, Bayreuth, 1991.
- [4] B. Steinberg: A Theory of Transformation Monoids: Combinatorics and Representation Theory, *Electron. J. Combin.* **17** (1) (2010), 1–56.

¹Department d'Àlgebra, Universitat de València
Dr. Moliner, 50; 46100 Burjassot
Enric.Cosme@uv.es, Adolfo.Ballester@uv.es

²Edificio de Matemáticas, Universidad de Zaragoza
Pedro Cerbuna, 12; 50009 Zaragoza
Paz@unizar.es

Sobre la monodromía local de las funciones A -hipergeométricas

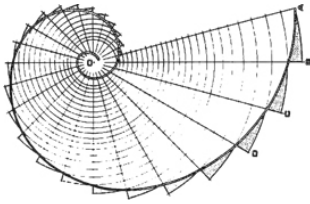
María Cruz Fernández Fernández¹

Los sistemas hipergeométricos son ciertos sistemas de ecuaciones en derivadas parciales cuyo estudio sistemático fue iniciado por Gelfand, Kapranov y Zelevinski [1]. Estos sistemas generalizan, entre otras, a la ecuación hipergeométrica de Gauss y tienen un papel similar en Teoría de D -módulos al de las variedades tóricas en Geometría Algebraica. Recientemente, Ando, Esterov y Takeuchi [2] han probado una fórmula para el polinomio característico de la monodromía de estas funciones en el infinito. En esta charla hablaré de un trabajo en progreso sobre la monodromía local de estas funciones alrededor de $(x_i = 0)$.

Referencias

- [1] I.M. Gel'fand, A.V. Zelevinsky, M.M. Kapranov: Hypergeometric functions and toral manifolds, *Funktsional Anal.* **23** (1989), 12–26
- [2] K. Ando, A. Esterov and K. Takeuchi: Monodromies at infinity of confluent A -hypergeometric functions, *Advances in Mathematics* **272** (2015), 1–9.

¹Departamento de Álgebra, Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas, Avenida Reina Mercedes S/N, 41080 Sevilla
mcferfer@us.es



On projective monomial curves associated to generalized arithmetic sequences

Eva García-Llorente¹, Isabel Bermejo¹, Ignacio García-Marco²

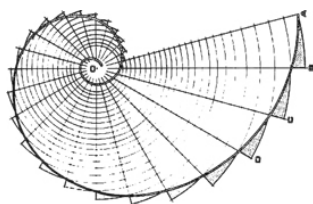
Let K be an infinite field and let $m_1 < \dots < m_n$ be a generalized arithmetic sequence of positive integers, i.e., there exist $h, d, m_1 \in \mathbb{Z}^+$ such that $m_i = hm_1 + (i-1)d$ for all $i \in \{2, \dots, n\}$. Assume that $n \geq 3$ and $\gcd(m_1, d) = 1$. We consider the projective monomial curve $\mathcal{C} \subset \mathbb{P}_K^n$ parametrically defined by

$$x_1 = s^{m_1} t^{m_n - m_1}, \dots, x_{n-1} = s^{m_{n-1}} t^{m_n - m_{n-1}}, x_n = s^{m_n}, x_{n+1} = t^{m_n}.$$

In this work, we characterize both the Cohen-Macaulay and Koszul properties of the homogenous coordinate ring $K[\mathcal{C}]$ of \mathcal{C} using computational techniques. Moreover, we obtain a formula for its Castelnuovo-Mumford regularity and also for the Hilbert series of $K[\mathcal{C}]$ in terms of the sequence, proving that the Castelnuovo-Mumford regularity of $K[\mathcal{C}]$ is attained at the last step of its minimal graded free resolution.

Referencias

- [1] D. Bayer, D. Mumford: What can be computed in algebraic geometry?, En *Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Cortona (1991), 1–48, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1993.
- [2] I. Bermejo, I. García-Marco: Complete intersections in simplicial toric varieties, *J. Symbolic Comput.* **68**(part 1) (2015), 265–286.
- [3] I. Bermejo, I. García-Marco: Complete intersections in certain affine and projective monomial curves, *Bull. Braz. Math. Soc. (N.S)* **45** (4) (2014), 599–624.
- [4] I. Bermejo, P. Gimenez: On Castelnuovo-Mumford regularity of projective curves, *Proc. Amer. Math. Soc.* **128** (5) (2000), 1293–1299.
- [5] I. Bermejo, P. Gimenez: Computing the Castelnuovo-Mumford regularity of some subschemes of \mathbb{P}_K^n using quotients of monomial ideals, *J. Pure Appl. Algebra* **164** (2001), 23–33.
- [6] I. Bermejo, P. Gimenez: Saturation and Castelnuovo-Mumford regularity, *J. Algebra* **303** (2006), 592–617.
- [7] M.P. Cavaliere, G. Niesi: On monomial curves and Cohen-Macaulay type, *Manuscripta Math.* **42** (1983), 147–159.
- [8] A. Conca, E. De Negri, M.E. Rossi: Koszul algebras and regularity, *Commutative algebra*, 285–315, Springer, New York, 2013.
- [9] D. Eisenbud, S. Goto: Linear free resolutions and minimal multiplicities, *J. Algebra* **88** (1984), 84–133.
- [10] P. Li, D.E. Patil, L.G. Roberts: Bases and ideal generators for projective monomial curve, *Comm. Algebra* **40** (1) (2012), 173–191.
- [11] S. Molinelli, G. Tamone: On the Hilbert function of certain rings of monomial curves, *J. Pure Appl. Algebra* **101** (2) (1995), 191–206.
- [12] B. Sturmfels: *Gröbner bases and convex polytopes*. Amer. Math. Soc., Providence, 1996.
- [13] R.H. Villarreal: *Monomial Algebras*, Second Edition. Chapman and Hall/CRC, 2015.



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

¹Facultad de Ciencias. Sección de Matemáticas
Universidad de La Laguna
Astrofísico Francisco Sánchez s/n, 38071, Spain
evgarcia@ull.es, ibermejo@ull.es, iggarcia@ull.es

²Laboratoire de L'Informatique et du Parallelisme, ENS Lyon
46, allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France
ignacio.garcia-marco@ens-lyon.fr

Condiciones de log-concavidad en polinomios y el problema VP versus VNP

Ignacio García Marco (Ponente)¹, Pascal Koiran¹, Sébastien Tavenas²

Sea $f = \sum_{i=0}^d a_i X^i \in \mathbb{R}^+[X]$ un polinomio de grado d satisfaciendo la condición de log-concavidad $a_i^2 > \tau a_{i-1} a_{i+1}$ para todo $i \in \{1, \dots, d-1\}$, donde $\tau > 1$. Si f se puede expresar como $f = \sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^m f_{i,j}$ donde los polinomios $f_{i,j}$ tienen a lo sumo t monomios, es fácil comprobar que $d \leq kt^m$. En esta charla mejoraremos esta cota superior trivial para el grado de f bajo la hipótesis adicional que los polinomios $f_{i,j}$ solo involucran coeficientes no negativos.

El interés en obtener estas cotas superiores es que, como consecuencia de ellas, se derivan cotas inferiores en teoría de complejidad. En particular, los resultados alcanzados aportan una nueva familia de polinomios en VNP que no se pueden calcular mediante circuitos aritméticos monótonos de talla polinomial. También veremos cómo una generalización de nuestros resultados para polinomios con coeficientes enteros cualesquiera implicaría una separación de las clases de complejidad algebraica VP y VNP.

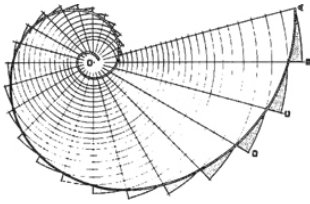
¹Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme (LIP)
Ecole Normale Supérieure de Lyon (ENS Lyon)
46, allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France
ignacio.garcia-marco@ens-lyon.fr
pascal.koiran@ens-lyon.fr

²Algorithms and Complexity, Max-Planck-Institut für Informatik
Campus E1 4, Room 321, 66123 Saarbrücken Germany
stavenas@mpi-inf.mpg.de

Units of group rings, the Bogomolov multiplier, and the fake degree conjecture

Javier García Rodríguez¹, Andrei Jaikin Zapirain¹, Urban Jezernik²

Let J be a finite dimensional nilpotent algebra over a finite field \mathbb{F}_q . Then the set $G = 1 + J$ becomes a finite group. The groups constructed in this way are called *algebra groups*. The group G acts by conjugation on J and this induces a G -action on the dual space $J^* = \text{Hom}_{\mathbb{F}_q}(J, \mathbb{F}_q)$, called the coadjoint action. Consider the list of integers obtained by taking the square roots of the sizes of the coadjoint orbits of G



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

on J^* . We will see that these numbers are q -powers, the sum of their squares is $|G|$ and the length of the list is the number of conjugacy classes of G . This precisely resembles the list of degrees of the irreducible characters of G . Indeed, if $J^p = 0$, there exists an explicit expression that gives a bijective correspondence between the characters of G and the orbits of J^* . I.M. Isaacs conjectured that this was true for any algebra group $G = 1 + J$. This is the so called "Fake degree conjecture". The study of this conjecture will lead us to study the abelianizations of groups of the form $1 + I_\pi$ where I_π is the augmentation ideal of the group ring $\mathbb{F}_q[\pi]$ for a finite p -group π . Surprisingly, the Bogomolov multiplier of the group π comes into play, and explains why this conjecture is not true in general. We will also explain a nice application to rationality questions in linear algebraic groups.

¹Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de Madrid-ICMAT
javier.garciaarodriguez@uam.es
andrei.jaikin@uam.es

²Institute of Mathematics, Physics, and Mechanics
Ljubljana, Slovenia
urban.jezernik@imfm.si

Triángulos en el grafo de clases de conjugación de subgrupos normales

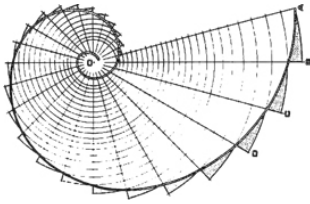
Carmen Melchor Borja¹, Antonio Beltrán Felip², María José Felipe Román³

En [2], fue introducido el grafo asociado a las clases de conjugación de un grupo finito G , $\Gamma(G)$, cuyos vértices son las clases de conjugación no centrales de G , y dos vértices se unen mediante una arista cuando sus tamaños no son primos entre sí. En [1], consideramos el subgrafo $\Gamma_G(N)$ de $\Gamma(G)$, asociado a las G -clases de conjugación contenidas en un subgrupo normal N de G de la siguiente manera: sus vértices son las G -clases de conjugación contenidas en N de cardinal mayor que 1, esto es, contenidas en $N \setminus (\mathbf{Z}(G) \cap N)$ y dos clases se unen por una arista si sus cardinales no son primos entre sí.

En este trabajo, analizaremos la interrelación entre el grafo $\Gamma_G(N)$ y la estructura de N , particularmente cuando $\Gamma_G(N)$ tiene un único triángulo y cuando no tiene triángulos. Para obtener estos resultados, necesitamos previamente estudiar la estructura de N cuando $\Gamma_G(N)$ tiene pocos vértices, exactamente uno, dos y tres. Hay que señalar que algunos de los resultados obtenidos para $\Gamma_G(N)$ no son posibles para $\Gamma(G)$. De hecho, en [3], Fang y Zhang demostraron que sólo existen 5 grupos finitos con $\Gamma(G)$ no vacío y sin triángulos. Sin embargo, en el caso de $\Gamma_G(N)$, la estructura de N presenta bastantes posibilidades.

Referencias

- [1] A. Beltrán, M.J. Felipe and C. Melchor: Graphs associated to conjugacy classes of normal subgroups in finite groups., *Journal of Algebra* (Aceptado)
- [2] E.A. Bertram, M. Herzog and A. Mann: On a graph related to conjugacy classes of groups., *Bulletin of the London Mathematical Society*. **22** (6) (1990), 569–575.



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

- [3] M. Fang and P. Zhang: Finite groups with graphs containing no triangles., *Journal of Algebra*. **264** (2) (2003), 613–619.

¹Departamento de Educación, Universidad Jaume I (Castellón)
Av. Sos Banyat s/n, 12071, Castellón
cmelchor@uji.es

¹Departamento de Matemáticas, Universidad Jaume I (Castellón)
Av. Sos Banyat s/n, 12071, Castellón
abeltran@uji.es

²Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, 46022, Valencia
mfelipe@mat.upv.es

***K*-Theory in Linear Systems Theory**

Angel Luis Muñoz Castañeda¹, Miguel V. Carriegos²

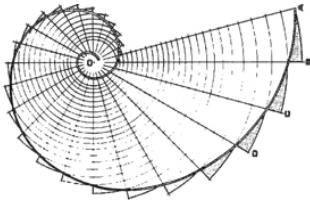
A categorical approach to linear control systems is introduced in [1] and [2] where feedback actions on linear control systems induce a symmetric monoidal structure on this category S_R . Stable feedback isomorphisms [2] generalize dynamic enlargement of pairs of matrices and it is shown how the stable feedback isomorphisms in the category of locally Brunovsky linear control systems, B_R , are characterized by the Grothendieck group $K_0(B_R)$. The goal of this talk will be to describe this link between the classification of linear control systems over a ring R and the K-theory of the base ring. Higher K-theory of the category B_R will be also addressed.

Referencias

- [1] M.V. Carriegos: Enumeration of classes of linear systems via equations and via partitions in a ordered abelian monoid, *Lin. Algebra App.*, **438** (2013).
- [2] M.V. Carriegos, A.L. Muñoz Castañeda: On the K-theory of feedback actions on linear systems, *Lin. Algebra App.* **440** (2014).

¹Institut für Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
14195 Berlin
angel@math.fu-berlin.de

²Departamento de Matemáticas
Universidad de León
24071 León
miguel.carriegos@unileon.es



Large Derived Morita Theory

Pedro Nicolás¹, Manuel Saorín²

Some interesting properties of rings can not be conveniently understood by regarding just the rings themselves, but they can be studied by using the category of the representations of the rings, namely, the so-called category of modules. Morita Theory says that two module categories, $\text{Mod } A$ and $\text{Mod } B$, are equivalent if and only if there exists an A -module P such that:

- a) it is finitely generated and projective, b) it generates $\text{Mod } A$, c) $\text{End}_A(P) \cong B$.

It turns out that certain interesting properties of rings can not be properly understood within the module category, but they can be well studied by using a larger, more sophisticated, category, namely the derived category. It does not make sense to speak of exactness in derived categories. In particular, they don't have short exact sequences. Instead, they have *triangles*, they are *triangulated categories* [1]. When dealing with this kind of categories, it seems natural to consider not just ordinary rings but differential graded algebras. In this case, after Happel [2], Rickard [4] and Keller [3], we have a 'Derived' Morita Theory: two derived categories, cdA and cdB , are triangle equivalent if and only if there exists an object $T \in cdA$ such that:

- a) T is compact,
b) T generates $\mathcal{D}A$,
c) $\text{REnd}_A(T) \cong B$.

At this point there are some natural questions:

- i) What if T is not compact?
ii) What if T does not generate $\mathcal{D}A$?
iii) What if we replace equivalence of categories for something weaker but still interesting?

We shall answer these questions.

Referencias

- [1] A. Neeman: *Triangulated categories*. Annals of Mathematics studies. Princeton University Press, 2001.
[2] D. Happel: On the derived category of a finite dimensional algebra, *Comment. Math. Helvetici* **62** (1987), 339–389.
[3] B. Keller: Deriving DG categories, *Ann. Scient. Ec. Norm. Sup.* **27**(1) (1994), 63–102.
[4] J. Rickard: Morita theory for derived categories, *J. London Math. Soc.* **39** (1989), 436–456.

¹Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales
Universidad de Murcia
Facultad de Educación, Campus de Espinardo, 30100
pedronz@um.es

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Facultad de Educación, Campus de Espinardo, 30100
msaorinc@um.es



Clasificación de las graduaciones de división en álgebras simples reales de dimensión finita

Adrián Rodrigo Escudero¹

Los teoremas de Artin-Wedderburn y de Frobenius clasifican las álgebras simples reales de dimensión finita, que resultan ser las álgebras de matrices sobre los reales, los complejos y los cuaternios. Elduque y Kochetov prueban en [1] un equivalente del teorema de Artin-Wedderburn para graduaciones: las álgebras graduadas son álgebras de matrices graduadas sobre álgebras de división graduadas. En esta charla expondré mi trabajo de los últimos meses [2], que consiste en clasificar, salvo isomorfismo y salvo equivalencia, las graduaciones de división (sobre grupos abelianos) en álgebras simples reales de dimensión finita; estableciendo un análogo al teorema de Frobenius y completando la clasificación.

Referencias

- [1] A. Elduque and M. Kochetov, *Gradings on simple Lie algebras*, Mathematical Surveys and Monographs, 189, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2013.
- [2] A. Rodrigo-Escudero, Classification of division gradings on finite-dimensional simple real algebras, arXiv:1506.01552.

¹Departamento de Matemáticas e Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones

Universidad de Zaragoza

50009 Zaragoza, Spain

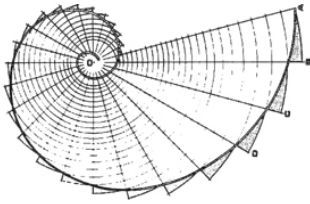
adrian.rodrigo.escudero@gmail.com

Application of Homological Algebra for error detection in topological computations

Ana Romero¹

The effective homology method [4] is a technique for the computation of homology groups of complicated spaces, implemented in the Computer Algebra system Kenzo [1]. This method has made it possible to determine some homology and homotopy groups which were not known before.

Given a group G , its classifying space, that is to say, the Eilenberg-MacLane space $K(G, 1)$ [2], has trivial homotopy groups: $\pi_1(K(G, 1)) \cong G$ and $\pi_n(K(G, 1)) = 0$ for each $n \neq 1$. But when applying the suspension functor Σ , the new homotopy groups $\pi_*(\Sigma K(G, 1))$ are in general unknown. In the work [3], several groups $\pi_n(\Sigma K(G, 1))$ are obtained for some particular cases of G and n , making use of different results and techniques from group theory and homotopy theory. More concretely, the main results of the article by Mikhailov and Wu are descriptions of the groups $\pi_4(\Sigma K(A, 1))$ and $\pi_5(\Sigma K(A, 1))$ when A is any finitely generated Abelian group; as applications, they also determine $\pi_n(\Sigma K(G, 1))$ with $n = 4$ and 5 for some non-Abelian groups, as $G = \Sigma_3$ the 3-th symmetric group and $G = SL(\mathbb{Z})$ the standard linear group, and $\pi_4(\Sigma K(A_4, 1))$ for A_4 the 4-th alternating group.



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

The goal of this work consists in the development of an algorithm based on the effective homology method to determine $\pi_*(\Sigma K(G, 1))$ for a *general* group G , which has allowed us to obtain as particular computations some theoretical results of [3]. Thanks to our programs, groups $\pi_4(\Sigma K(A, 1))$ and $\pi_5(\Sigma K(A, 1))$ have been computed for several finitely generated Abelian groups A , reproducing the same results obtained in [3]. We have also *experimentally* determined some new groups $\pi_6(\Sigma K(A, 1))$ (which do not appear in [3]) and $\pi_n(\Sigma K(G, 1))$ for other non-Abelian groups G not considered in that article. Moreover, our experiments have made it possible to detect an error in Mikhailov and Wu's paper. The authors state in Theorem 5.4: *Let A_4 be the 4-th alternating group. Then $\pi_4(\Sigma K(A_4, 1)) = \mathbb{Z}_4$.*

Our programs produce a different result, namely $\pi_4(\Sigma K(A_4, 1)) = \mathbb{Z}_{12}$. The authors of the paper inadvertently forgot the 3-primary component, as they have admitted in a private communication.

Referencias

- [1] X. Dousson, J. Rubio, F. Sergeraert, Y. Siret: The Kenzo program. Institut Fourier, Grenoble, 1999. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~sergerar/Kenzo/>
- [2] J. P. May: *Simplicial objects in Algebraic Topology*. University of Chicago Press, 1967.
- [3] R. Mikhailov, J. Wu: On homotopy groups of the suspended classifying spaces, *Algebraic and Geometric Topology* **10** (2010), 565–625.
- [4] J. Rubio, F. Sergeraert: Constructive Algebraic Topology, *Bulletin des Sciences Mathématiques* **126** (5) (2002), 389–412.

¹Departamento de Matemáticas y Computación

Universidad de La Rioja

Edificio Vives, c/Luis de Ulloa s/n, 26004 Logroño - Spain ana.romero@unirioja.es

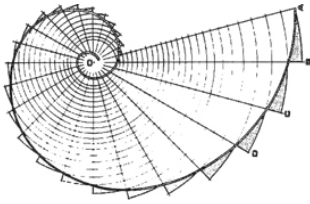
Overview of algebraic reliability

Eduardo Sáenz-de-Cabezón¹

Algebraic reliability is the use of concepts and techniques of commutative algebra in the analysis of the reliability of coherent systems. A system S with m components is said to be coherent if the improvement of any of its components does not degrade the performance of the whole system. Coherent systems are ubiquitous in industry, communications or biology.

To any coherent system S with m components we associate a monomial ideal in a polynomial ring with m variables, such that each of the variables corresponds to one of the components. The algebraic properties of this ideal have their counterparts in features of the system and vice versa. In particular, the numerator of the (multigraded) Hilbert series of the ideal gives us the reliability of the system. Furthermore, if we compute the Hilbert series in terms of the ranks of any free resolution of the ideal, we can obtain upper and lower bounds for the reliability, which are of paramount importance in the analysis of the system. These bounds are tighter than the usual Bonferroni bounds and among them, the ones obtained by using the minimal free resolution of the ideal are the most efficient ones [1, 2, 3].

More applications of the algebra of monomial ideals to the study of coherent systems include the use of the Hilbert *function* for the design of robust systems and networks [4, 5]. Recent developments in this topic include the study of percolation in trees and the analysis of multiple failures and signature analysis in coherent systems by means of the lcm-filtration of the system ideal [6, 7].



CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Real Sociedad Matemática Española

Universidad de Murcia, del 7 al 11 de Septiembre de 2015

Referencias

- [1] E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Betti numbers and minimal free resolutions for multi-state system reliability bounds*, Journal of Symbolic Computation, Communication and Computing 44(9) (2009) 1311–1325
- [2] E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Mincut ideals of two-terminal networks*, Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing 21, no. 6 (2010) 443–457.
- [3] E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Computational algebraic algorithms for the reliability of generalized k -out-of- n and related systems*, Mathematics and Computers in Simulation 82, no. 1 (2011) 68–78.
- [4] E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Measuring the robustness of a network using minimal vertex covers*, Mathematics and Computers in Simulation 104 (2014) 82–94.
- [5] E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Hilbert functions in design for reliability*, IEEE Transactions on Reliability 64, no. 1 (2015) 83–93.
- [6] F. Mohammadi, E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *The algebraic method in tree percolation* Submitted.
- [7] F. Mohammadi, E. Sáenz-de-Cabezón, H. P. Wynn, *Commutative algebra for survivor and signatures in system reliability* In preparation.

¹Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
c/ Luis de Ulloa s/n, Logroño, La Rioja
eduardo.saenz-de-cabezon@unirioja.es

Cuerpos de valores en grupos finitos

Joan Tent¹

Sean G un grupo finito y χ un carácter complejo de G . El cuerpo de valores de χ se define como el cuerpo $\mathbb{Q}(\chi) = \mathbb{Q}(\chi(g) \mid g \in G)$ generado por los valores del carácter χ en G sobre el cuerpo de los racionales \mathbb{Q} . Análogamente, el cuerpo de valores de (la clase de conjugación de) un elemento $g \in G$ es el cuerpo $\mathbb{Q}(g)$ generado sobre \mathbb{Q} por los valores que los caracteres de G toman en g . En esta charla discutiremos algunos resultados sobre la influencia de los cuerpos de valores de caracteres y clases de conjugación de un grupo finito G (resoluble, p -grupo) sobre su estructura.

Referencias

- [1] A. Jaikin-Zapirain; J. Tent. Finite 2-groups with odd number of real conjugacy classes. Preprint.
- [2] J. Sangroniz; J. Tent. 2-groups with a fixed number of real conjugacy classes. *J. Alg.* **392** (2013), 42-51.
- [3] J. Tent. Quadratic rational solvable groups. *J. Alg.* **363** (2012), 73–82.

¹Departament d'Algebra, Universitat de Valencia
Burjassot, Valencia
joan.tent@uv.es