

25 años de Geometría Diferencial y Convexa en la UMU

INVESTIGANDO EN GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA Y MIRANDO AL FUTURO

Ponentes, por orden alfabético, con títulos y resúmenes de sus charlas

Alma L. Albuje

Un resultado reciente sobre la convexidad de superficies espaciales en \mathbb{L}^3 , trabajos presentes y perspectivas de futuro.

En esta charla presentaré brevemente un resultado reciente obtenido con los profesores Magdalena Caballero (Univ. Córdoba) y Rafael López (Univ. Granada). Probamos que todo grafo espacial con curvatura media constante no nula en el espacio 3-dimensional de Lorentz-Minkowski sobre un dominio acotado con frontera pseudo-elíptica es estrictamente convexo. Por una curva pseudo-elíptica nos referimos a una curva plana y cerrada que interseque a cualquier rama de cualquier hipérbola a lo sumo en cinco puntos. También me gustaría dar algunas notas acerca de mi trabajo presente junto con Magdalena Caballero y profesores de la Universidad Federal do Ceará (Fortaleza, Brasil), y alguna breve pincelada sobre perspectivas de futuro.

Juan A. Aledo

Hipersuperficies espaciales en espacios-tiempo.

Revisaremos varios problemas sobre hipersuperficies espaciales en diversos espacios-tiempo, prestando especial atención a problemas tipo Calabi-Bernstein.

Manuel Barros

De mis inclinaciones hacia las aplicaciones de la Geometría.

Sin abandonar la Geometría de Riemann, resulta una grata, y aconsejable, vivencia hacer incursiones en otros campos que se pueden beneficiar de nuestros conocimientos de Geometría y Topología. Es muy enriquecedora la experiencia de pasar de publicar en Transactions o Proceedings de la AMS a Nuclear Physics, J. of High Energy Physics o J. of Mathematical Biology. Mostraremos algunos de tales ejemplos.

Antonio Córdoba

Laplace Beltrami fraccionario.

El laplaciano fraccionario es un operador que no solo aparece en varios modelos de evolución donde la difusión procedente de un proceso de Lévy está presente, sino también en el análisis de interfaces de fluidos. En la teoría de las ondas de agua o los flujos de Muskat y Hele-Shaw en un medio poroso una cierta desigualdad puntual desempeñó un papel importante en el estudio de la evolución de la frontera libre entre los fluidos. Proporcionaremos una extensión de dicha desigualdad puntual y recordaremos dos escenarios en los que se ha utilizado. Tras exponer los resultados, para los operadores de Laplace-Beltrami

y Dirichlet-Neumann fraccionarios, haremos un bosquejo de sus pruebas, desentrañando el principio subyacente a tales desigualdades.

Oscar J. Garay

Sobre ciertos problemas variacionales geométricos y su parentesco.

Desde finales de los años 90, nuestro grupo ha estado interesado en problemas variacionales definidos en espacios de subvariedades riemannianas, para los que la energía a minimizar está determinada por invariantes geométricos dependientes de distintas curvaturas. En esta charla haremos un muy breve recorrido por la motivación; objetivos iniciales; dificultades encontradas (y, en ocasiones, incluso superadas); métodos y procedimientos usados; resultados obtenidos y, por qué no, de los no obtenidos (camuflados éstos bajo el nombre de problemas abiertos); y, finalmente, de nuestras expectativas y planes de futuro en relación con este tipo de problemas.

Como se verá, estos problemas no están aislados, sino que tienen una genealogía común cuyo antepasado más ilustre, el problema de las curvas elásticas, establece fuertes lazos familiares que, a menudo, se manifiestan, además de en la motivación teórica, en los resultados conseguidos.

Eduardo García-Río

Solitones de Ricci auto-duales.

El objetivo del trabajo es analizar la estructura local de los solitones de Ricci auto-duales. Mientras que un tal solitón es necesariamente localmente conformemente llano en geometría Riemanniana, existen ejemplos no triviales en signatura neutra. Veremos que todos ellos se realizan sobre variedades de Walker. De forma más específica como fibrados cotangentes sobre variedades afines verificando una condición de solitón afín, lo que permite construir una amplia familia de ejemplos no localmente conformemente llanos.

Ximo Gual

Estereología, espacio de formas y aplicaciones.

En la charla se comentarán algunos resultados recientes de estereología local para la estimación de áreas, volúmenes,... y se expondrán dos puntos de vista diferentes para realizar estadística (medias, regresión,...) en el espacio de formas planas y 3D. También se mostrarán algunas aplicaciones al estudio de la sicklemlia, próstata o predicción de tallas y ajuste de ropa.

Manuel López-Pellicer

Topología descriptiva.

El trabajo en los próximos años puede ser, en parte, continuación de las monografías *Descriptive Topology in Selected Topics of Functional Analysis*, Springer (2011) y *Descriptive Topology and Functional Analysis*, Springer (2014), por mi condición de coautor y coeditor, respectivamente.

En la actualidad se investigan relaciones entre topologías y propiedades funcionales por el interés en resultados topológicos aplicables a problemas abiertos en Análisis Funcional y Teoría de la Medida. Este trabajo lleva a extender teoremas topológicos a diferentes contextos. Dos cuestiones concretas en las que trabajamos actualmente son:

1. El problema de la versión en topologías débiles del conocido resultado de Kadets de que dos espacios de Banach separables son topológicamente homeomorfos, pues no se ha caracterizado cuando dicho espacios son homeomorfos con las topologías débiles. Recientemente, para espacios $C(X)$, se ha obtenido que si dos espacios de Fréchet $C(X)$ y $C(Y)$ son homeomorfos con las topologías débiles se tiene que X es numerable si y sólo si Y es numerable (Kąkol, Kubiś y Marciszewski, 2014).

2. Caracterizar cuándo la propiedad de Nikodým implica la propiedad fuerte de Nikodým en un álgebra \mathcal{A} de subconjuntos de un conjunto Ω (problema propuesto por Valdivia en 2013). La propiedad fuerte de Nikodým significa que si \mathcal{A} es la unión de una sucesión creciente $(\mathcal{A}_n)_n$ de subconjuntos de \mathcal{A} sucede que existe \mathcal{A}_{n_0} con la propiedad de Nikodým. Este problema de Valdivia lleva a situaciones donde es válido el principio de acotación uniforme sin que sea de segunda categoría-Baire el espacio test donde están definidas las aplicaciones lineales, lo que motiva nuevas cuestiones sobre los *ubd-sets* (*uniform bounded deciding sets*, Shapiro).

Vicente Miquel

El flujo por la curvatura media: por qué trabajo en él y mis objetivos.

Comenzando por la historia de los problemas que me interesan desde 1985 (que incluyen mi relación científica con Antonio M. Naveira, S. Segura, A. Borisenko y E. Cabezas-Rivas) intentaré explicar lo que esos problemas tienen que ver con el MCF (mean curvature flow) y los problemas del mismo en los que ahora estoy trabajando. Se hará una breve exposición de un problema que arrancó hace 30 años.

Pablo Mira

Esferas con autointersecciones y soluciones de EDPs con picos.

Uno de mis resultados favoritos a nivel de investigación es el famoso teorema de Hopf: toda esfera topológica de curvatura media constante inmersa en \mathbb{R}^3 es una esfera redonda". En esta charla explicaré la importancia del teorema y sus generalizaciones, así como varios proyectos de extensión de este teorema a situaciones muy diversas.

Por otro lado, hablaré de cómo el primer problema de investigación en el que trabajé en mi tesis en la Universidad de Murcia (el problema de Björling) me acabó llevando a estudiar (y resolver) años después un problema radicalmente distinto: la clasificación de las singularidades aisladas de ecuaciones elípticas de Monge-Ampère en dimensión dos.

Angel Montesinos

Programa para calcular poliedros en dimensiones 2 (polígonos) y 3.

“Polint23” es un programa escrito en Pascal, bajo la plataforma FPC-Lazarus. Se trata de calcular las caras, aristas y vértices de un cono poliédrico en \mathbb{R}^4 o en \mathbb{R}^3 , y las incidencias entre caras, aristas y vértices. Por ejemplo, qué vértices determinan una arista, o pertenecen a una cara. La aritmética es exacta y el tamaño de cada componente de una entrada (input) puede ser de cientos de dígitos.

José María Montesinos

Formas cuadráticas enteras y geometría y topología de baja dimensión.

Una forma cuadrática n -aria f con entradas enteras tiene asociado su grupo de isometrías. Estas son matrices que preservan la forma. El subgrupo A de isometrías con entradas enteras se llama *grupo de automorfismos de la forma*. Si la forma es definida, A es finito y actúa en una esfera. Si f es indefinida, A actúa en cierta variedad V . El caso más interesante se da cuando f es indefinida y de signatura $(++++-)$, pues entonces V es el espacio hiperbólico de dimensión $n - 1$. La acción es discreta. El cociente V/A es un orbifold hiperbólico (aritmético) Q . La charla describe la relación entre f y Q .

Antonio M. Naveira

Dos observaciones sobre la Geometría Diferencial de espacios homogéneos naturalmente reductivos.

Es bien sabido que un espacio homogéneo naturalmente reductivo es la generalización natural de un espacio simétrico que no está torcido. Utilizando las técnicas de campos de Jacobi, las clasificaciones de Berger y Wilking, y trabajos de Chavel y Gozález Dávila, en colaboración con este, hemos resuelto una vieja conjetura de Chavel. Como una continuación, estoy trabajando en los dos problemas siguientes: (a) Energía corregida de algunas fibraciones de Hopf generalizadas, empleando técnicas de formas conformemente Killing (en colaboración con González Dávila); (b) Propiedades geométricas de las formas conformemente Killing en las variedades Nearly Kähler de dimensión 6 (en colaboración con Semmelmann).

Vicente Palmer

Curvatura, Topología y Teoría de Funciones en subvariedades Riemannianas.

Intentaré dar una visión de algunos problemas que me ocupan y preocupan ultimamente y que están relacionados, en mayor o menor medida, con la geometría que subyace en el estudio del operador de Laplace definido en subvariedades de una variedad Riemanniana. En particular, la obtención de descripciones geométricas para la parabolicidad y la completitud estocástica de subvariedades, y la relación entre el crecimiento del volumen y el número y el tipo de los finales de una inmersión.

Alfonso Romero

Movimiento uniformemente acelerado en Relatividad General: una aproximación geométrica.

Se analiza el concepto de observador que se mueve uniformemente acelerado en un espaciotiempo general usando la conexión de Fermi-Walker del observador. Se relaciona con el concepto de círculo lorentziano y se discute la completitud de esos observadores inextendibles.

Eugenia Saorín

La desigualdad de Brunn-Minkowski

Nos centraremos en primer lugar en la desigualdad de Brunn-Minkowski y en su relación con otras desigualdades, en particular con la desigualdad isoperimétrica y la de Poincaré. Abordaremos, según la duración permita, el papel de la desigualdad de Brunn-Minkowski en la clasificación de ciertos funcionales y operaciones frecuentemente utilizados en Convexidad, incidiendo en las posibles interacciones de la desigualdad con otras propiedades. (Basado en trabajos conjuntos con A. Colesanti y J. Abardia & A. Colesanti).
