

Estadística Aplicada a la Empresa I

José G. Clavel y Maite Díaz¹

¹Departamento de Métodos Cuantitativos. Universidad de Murcia

22 de septiembre de 2009

- José Joaquín García Clavel:
 - Tutorías:
 - Ma: 09:30 11:30; Mi: 09:30 12:30; Ju: 10:30 11:30
 - Despacho C5/10;
 - Correo-e: jjgarvel@um.es;
 - Teléfono: (868)363757
- Maite Díaz Delfa:
 - Tutorías:
 - Despacho C3/02;
 - Correo-e: mdd@um.es;
 - Teléfono: (868)363796

- Newbold y otros (2008): Estadística para administración y economía. Ed. Pearson

- Teoría y problemas:
 - Casas, J.M. (2005): Estadística Empresarial. Ramón Areces.
 - Martín-Pliego, F.J. y Ruiz-Maya, L. (2005): Fundamentos de Probabilidad. Thomson
 - Aranda Gallego, J. y Gómez, J. (1996): Fundamentos de Estadística. Diego Marín.
 - Mood, A., Graybill F. y Boes,D. (1974): Introduction to the theory of Statistics. McGraw-Hill.
- Sólo problemas:
 - Fernández-Abascal, H., Guijarro, M., y otros. (1995): Ejercicios de Cálculo de probabilidades. Ariel.
 - Martín-Pliego F.J., Montero Lorenzo, J.M. y Ruiz-Maya,L. (2006): Problemas de probabilidad. Editorial AC.
 - Peralta Astudillo, M.J., Rúa Vieytes, A. y otros (2000): Estadística: problemas resueltos. Pirámide.

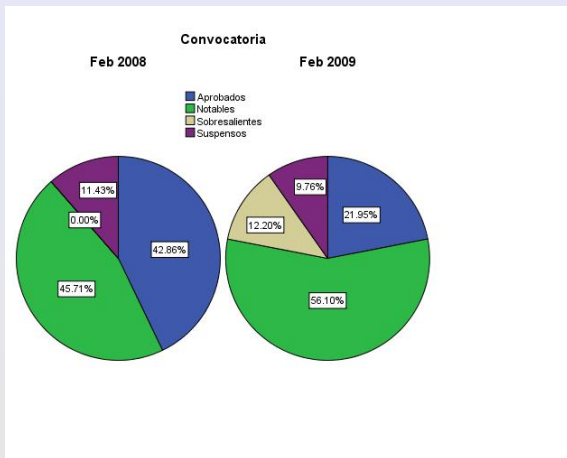
Temario

- Tema 1: Probabilidad
- Tema 2: Variable Aleatoria, Función Acumulada de Distribución y Esperanza:
- Tema 3: Modelos de Variables Aleatorias
- Tema 4: Distribución Conjunta y Distribución Condicional. Independencia Estadística.
- Tema 5: Sucesiones de Variables Aleatorias

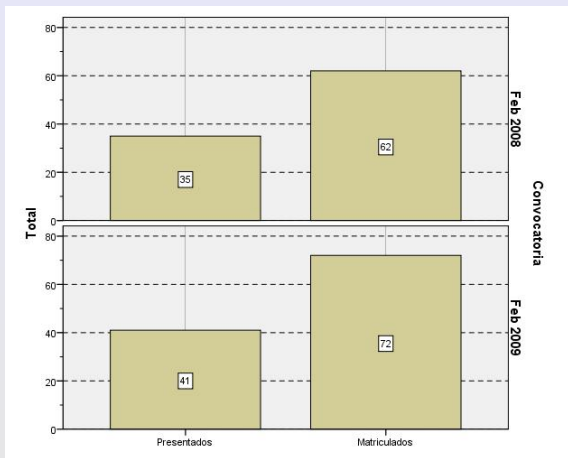
Evaluación

¿?

Resultados



Resultados



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Tema 1: Probabilidad

- 1.1. Introducción.
- 1.2. Dos conceptos:
 - a) espacio muestral, Ω
 - b) suceso ω_i
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad:
 - a) probabilidad *a priori* o clásica
 - b) probabilidad *a posteriori* o frequentista
 - c) probabilidad axiomática
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

1.2. Dos conceptos

- Experimento Aleatorio.
 - resultado de un experimento aleatorio
- Espacio Muestral Ω
- Suceso ω_j
 - tipos de sucesos: suceso elemental; suceso compuesto; suceso seguro; suceso imposible
- - Ejemplo: *Un experimento consiste en tirar 2 dados de 4 caras...*

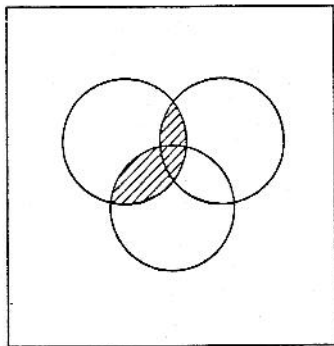
1.3. Teoría de Conjuntos

- Algunas definiciones:
 - subconjunto, conjuntos iguales, conjunto vacío,
 - conjuntos complementarios, conjuntos mutuamente excluyentes, conjuntos colectivamente exhaustivos
- Algunas operaciones:
 - conjunto unión,
 - conjunto intersección,
 - conjunto diferencia
- Algunas propiedades
- - Ejemplo: *Sea una baraja española de 48 cartas...*

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos**
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Ejemplos

Ejemplo 1

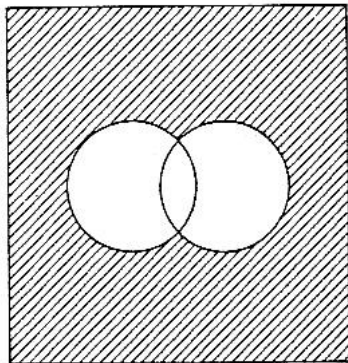


$$A_1 \cap (A_2 \cup A_3) = A_1 A_2 \cup A_1 A_3$$

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos**
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Ejemplos

Ejemplo 2

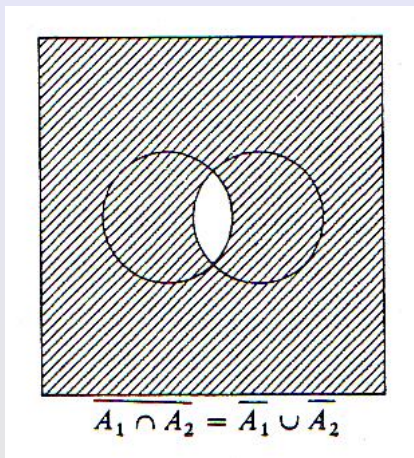


$$\overline{A_1 \cup A_2} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2}$$

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos**
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Ejemplos

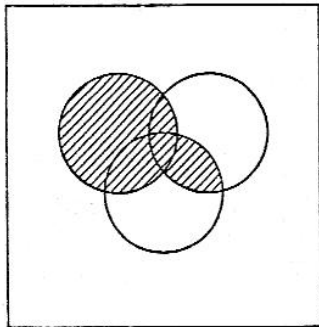
Ejemplo 3



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos**
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Ejemplos

Ejemplo 4



$$A_1 \cup (A_2 \cap A_3) = (A_1 \cup A_2)(A_1 \cup A_3)$$

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Definición

proal

consecución. **poner la proa** a uno. *fr. rig.* Formar el propósito de perjudicarlo.

proal, *adj.* Perteneciente a la proa.

probabilidad. (De *lat. probabilitas, -atis*.) *f.* Verosimilitud o fundada apariencia de verdad. **2.** Calidad de probable, que puede suceder.

probabilismo. (Del *lat. probabilis* probable; *m. Teol.* Doctrina de ciertos teólogos según los cuales en la calificación de la bondad o malicia de las acciones humanas se puede licita y seguramente seguir la opinión probable, en contraposición de la más probable.

probabilista, *adj. Teol.* Que profesa la doctrina del probabilismo. *Apl. a pers., ú. t. c. y.*

probable. (Del *ac. probabile*.) *adj.* Verosímil, o que se funda en razón prudente. **2.** Que se puede probar. **3.** Dícese de aquello que hay buenas razones para creer que se verificará o sucederá.

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

1.5. Tipos de probabilidad

- a) probabilidad *a priori* o clásica
- b) probabilidad *a posteriori* o frequentista
- c) probabilidad axiomática
 - axiomas
 - propiedades derivadas de los axiomas

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933

Regla de la suma

Ejemplos

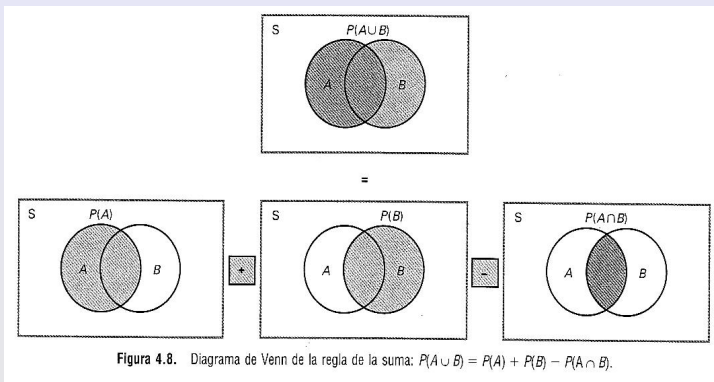
Andrey Kolmogorov (1903-1987)



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

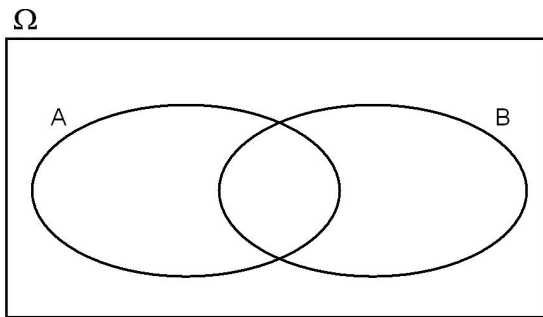
Regla de la suma: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

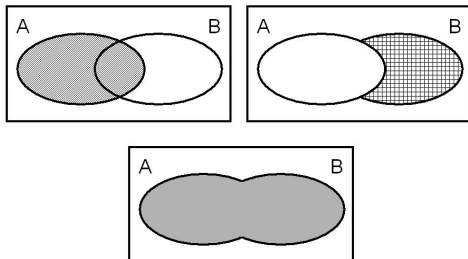
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

$$A \cup B = A + \bar{A} \cap B$$



- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

Ejemplo 1

Sean A y B dos sucesos tales que $\overline{B} \subset A$. Si $P(A) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,1$, calcule $P(B)$

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

Ejemplo 2

Una cadena de hamburgueserías observó que el 75 % de todos los clientes consumen mostaza, el 80 % consume ketchup y el 65 % consume los dos. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente consuma al menos uno de los dos?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

Ejemplo 3

El 1 de febrero de 2003, el transbordador Columbia explotó. Éste fue el segundo desastre en 113 misiones. A partir de esta información, ¿cuál es la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

Ejemplo 4

Suppose Max is attending the convention for People Born in January. Max and seven others there get stuck in an elevator and, to pass the time until help arrives, Max tries to calculate the probability that all eight trapped people have different birthdays. What answer should Max get? What is the probability that at least two have the same birthday? (Assume all birthdays are in January)

Ejemplo 5

La probabilidad de que Navarro meta un triple es del 80%. En el primer cuarto del partido ha tirado cuatro triples.

- ¿Cuál es la probabilidad de que convierta los cuatro?
- ¿Y de que falle los cuatro?
- ¿Y de que acierte sólo uno?
- ¿Y de que acierte al menos uno?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933
Regla de la suma
Ejemplos

Combinatoria

- **Combinaciones:** agrupaciones de cuatro en una clase de 30 alumnos
- **Variaciones:** reparto de tres medallas en una carrera de 8 calles
- **Permutaciones:** disposición de cuatro comensales en una mesa con 4 sillas

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad**
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Axiomas de Kolmogorov, 1933

Regla de la suma

Ejemplos

Ejemplo ¿aclaramos?

Diagram showing five people in circles: Ana (red), Blas (blue), Carmen (green), Diego (purple), and Esther (orange).

Combinaciones

1. ABC	2. ABD	3. ABE	4. ACD	5. ACE	6. ADE	7. BCD	8. BCE	9. BDE	10. CDE
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	---------

Combinaciones

1. ABC	2. ABC	3. ACB	4. ABD	5. BAD	5. BDA	6. ABE	7. BAE	8. AEB	9...
55...	56...	57...	58. CDE	59. DCE	60. CED				

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia**
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

1.6. Probabilidad condicional e independencia

Definición: Sean A_i y B_j dos sucesos. La **probabilidad condicional** del suceso A_i , dado el suceso B_j , denominada $P(A_i/B_j)$ se define como:

$$P(A_i/B_j) = \frac{P(A_i \cap B_j)}{P(B_j)}$$

siempre que $P(B) > 0$

Regla del producto: Sean A_i y B_j dos sucesos. La probabilidad de su intersección es:

$$P(A_i \cap B_j) = P(A_i/B_j)P(B_j)$$

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia**
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Independencia estadística

Los sucesos A_i y B_j son **independientes** estadísticamente si y sólo si la probabilidad conjunta es igual al producto de las probabilidades marginales. Es decir:

$$P(A_i \cap B_j) = P(A_i)P(B_j)$$

Sean A y B dos atributos, cada uno de los cuales dividimos en categorías que dan lugar a sucesos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos que denominamos, respectivamente, A_1, A_2, \dots, A_I , y B_1, B_2, \dots, B_J . Si todo suceso A_i es independiente de todo suceso B_j , se dice que **los atributos A y B son independientes**

1.7. Teorema de la Probabilidad Total

- **Enunciado:** Sean B_1, B_2, \dots, B_j una colección de sucesos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos, y sea A otro suceso cualquiera, entonces

$$P(A) = \sum_j P(A/B_j)P(B_j)$$

suponiendo que $P(B_j) > 0$

- Ejemplo:

Ejemplo de Teorema de la Probabilidad Total

Un famoso analista de bolsa, antiguo miembro de ASUFI, examina la cotización de las acciones de un gran número de compañías. Encuentra que el 25 % experimentó un crecimiento superior a la media, el 25 % inferior y el 50 % restante se mantuvieron alrededor de la media. Para la próxima campaña, califica el 40 % de los valores que crecieron por encima de la media como *valores recomendados*, al igual que un 20 % de los que crecieron alrededor de la media y un 10 % de los que tuvieron un crecimiento inferior.

❶ ¿Cuál es la probabilidad de que un valor sea *recomendado*?

1.8. Teorema de Bayes

- **Enunciado:** Sean A_i y B_j dos sucesos. Entonces:

$$P(B_j/A_i) = \frac{P(A_i/B_j)P(B_j)}{P(A_i)}$$

- Teorema de Bayes (II): Sean B_1, B_2, \dots, B_J , J sucesos colectivamente exhaustivos, y sea A_i otro suceso cualquiera. Entonces:

$$\begin{aligned} P(B_j/A_i) &= \frac{P(A_i/B_j)P(B_j)}{P(A_i)} = \\ &= \frac{P(A_i/B_j)P(B_j)}{P(A_i/B_1)P(B_1) + \dots + P(A_i/B_J)P(B_J)} \end{aligned}$$

- Ejemplo:

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Teorema de Bayes, 1763

Ejemplo

Algunos Ejercicios del Tema 1

Thomas Bayes (1701?-1761)



Ejemplo de Teorema de Bayes

Un famoso analista de bolsa, antiguo miembro de ASUFI, examina la cotización de las acciones de un gran número de compañías. Encuentra que el 25 % experimentó un crecimiento superior a la media, el 25 % inferior y el 50 % restante se mantuvieron alrededor de la media. Para la próxima campaña, califica el 40 % de los valores que crecieron por encima de la media como *valores recomendados*, al igual que un 20 % de los que crecieron alrededor de la media y un 10 % de los que tuvieron un crecimiento inferior.

- 1 ¿Cuál es la probabilidad de que un valor sea *recomendado*?
- 2 ¿Cuál es la probabilidad de que un valor clasificado como *recomendado* por el analista haya crecido por encima de la media del mercado?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Teorema de Bayes, 1763

Ejemplo

Algunos Ejercicios del Tema 1

Ejercicio 1.1.

Se supone que la probabilidad de que un alumno de una clase sea mal estudiante es $1/5$, y que los estudiantes buenos saben la lección el 80 % de las veces que son preguntados, mientras que los malos sólo la saben el 30 %. Se ha preguntado a un alumno y no ha sabido la lección, hallar la probabilidad de que sea mal estudiante.

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Ejercicio 1.2.

Anderson and Company purchase electric motors from two suppliers. Sixty percent are purchased from Hall Electric and the rest from Harmon Products. The quality level at Hall Electronic is a better than for Harmon Products. Five percent of the motors purchased from Hall Electronics need additional work, whereas on eight percent from Harmon Products need additional work. An electric motor was selected at random and found to be defective. What is the probability it was purchased from Harmon Products?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Teorema de Bayes, 1763

Ejemplo

Algunos Ejercicios del Tema 1

Ejercicio 1.3.

Un sofisticado sistema de sensores permite distinguir la presencia de intrusos en un gran parque temático. El sistema está diseñado de manera que detecta un intruso con una probabilidad del 90 %. Sin embargo, los diseñadores suponen que esta probabilidad variará con las condiciones ambientales. Para obtener más información, contratan a un especialista que se introduce en el parque intentando no ser detectado. Los resultados indican que, de las veces en que el intruso fue detectado, en el 75 % de los casos el tiempo era un día claro, el 20 % era nuboso, y el 5 % llovía. En otras ocasiones, el sistema no fue capaz de detectar al intruso: un 60 % de esos días fueron días claros, un 30 % nubosos y un 10 % llovía. ¿Cuál es la probabilidad de detectar un intruso en un día de lluvia?

- 1.1. Introducción
- 1.2. Dos conceptos
- 1.3. Teoría de Conjuntos
- 1.4. Definición de probabilidad
- 1.5. Tipos de probabilidad
- 1.6. Probabilidad condicional e independencia
- 1.7. Teorema de la Probabilidad Total
- 1.8. Teorema de Bayes

Teorema de Bayes, 1763

Ejemplo

Algunos Ejercicios del Tema 1

Ejercicio 1.4.

Garrigues hace planes para contratar este año a 5 analistas financieros. Hay un grupo de 12 candidatos aprobados, y Octavio, el socio encargado de esa tarea, decide elegir al azar quiénes va a contratar. De los solicitantes aprobados, 8 son hombres y 4 mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 de los 5 contratados sean hombres?

Ejercicio 1.5.

For a particular group of taxpayers, 25 percent of the returns are audited. Six taxpayers are randomly selected from the group.

- 1 What is the probability two are audited?
- 2 What is the probability two or more are audited?