



Olimpiada de Física de la Región de Murcia 2019

1ª PARTE (duración: 1 h 15 min)

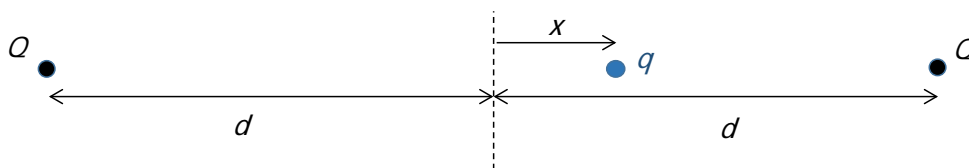
1. Oscilaciones de una carga eléctrica

Disponemos de dos cargas fijas, iguales, positivas y de valor Q , separadas una distancia $2d$. Situamos otra carga, de valor q y masa m , en el punto medio entre las dos anteriores.

- Calcula la fuerza que experimenta la carga q . ¿Depende del signo de q ?
- Obtén la expresión de la energía potencial eléctrica

Ahora separamos la carga q del centro una distancia x_A , y la soltamos. Dependiendo de si la carga es positiva o negativa, realizará un movimiento armónico simple en torno al centro o bien tendrá otro comportamiento.

- Discute para qué signo de la carga el movimiento es oscilatorio e indica qué hace la carga si tiene el otro signo.



Vamos a estudiar de movimiento oscilatorio de la carga.

- Escribe la ecuación $x(t)$ para el movimiento armónico, en función del período T de oscilación y de la separación máxima x_A .

- Halla la velocidad media de la carga en un recorrido de $-x_A$ a x_A .

- Con la velocidad anterior, obtén la intensidad de corriente media en ese tramo.

- ¿Qué campo magnético crearía ese movimiento rectilíneo de la carga? (Indica su dirección y de qué magnitudes dependería).

- Plantea la expresión de la fuerza total sobre la carga cuando se encuentra a distancia x desde el centro (que tomamos como origen), y obtén una aproximación lineal similar a la de la ley de Hooke. Para ello consideramos pequeñas oscilaciones ($\delta = x/d \ll 1$) y, por tanto, podemos utilizar la aproximación $1/(1 \pm \delta)^2 \approx 1 \mp 2\delta$. (Expresa la fuerza en función de x , Q , q , d y la constante K de Coulomb.)

- Obtén el período de oscilación T de la carga.

- Si aplicásemos en toda la región donde se mueve la carga, un campo magnético uniforme perpendicular a la línea de oscilación, ¿cómo sería ahora el movimiento de la carga? (Haz un dibujo aproximado que muestre dicho movimiento a ambos lados del centro de oscilación).

2. El canto de un pajarico

Un pájaro está cantando en el jardín a 10 metros de nosotros. Emite un sonido de frecuencia 1500 Hz y una potencia de 0,001 W.

- Calcula la longitud de onda del sonido.
- Calcula el nivel de intensidad acústica que escuchamos.

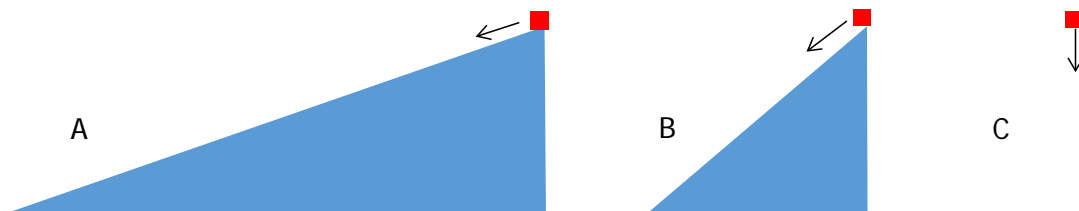
Datos: velocidad del sonido = 340 m/s; $I_0 = 10^{-12}$ W/m²



3. Vaya caídas

Un cuerpo (lo suponemos puntual) cae sin velocidad inicial desde una cierta altura h en las situaciones mostradas en la figura: por dos planos inclinados (A y B) o en caída libre (C). Despreciamos el rozamiento en los planos inclinados y la fricción con el aire. Responde justificando las respuestas:

- ¿En qué caso el cuerpo llega antes al suelo?
- ¿En qué caso llega más rápido al suelo?
- ¿Dependen tus respuestas de la masa que tenga el cuerpo?



Considera ahora en el caso C que el cuerpo se lanza horizontalmente, desde la misma altura h , con velocidad v_0 . Estudia el movimiento del cuerpo hasta que toca el suelo y responde:

- Haz un dibujo de la trayectoria.
- ¿Cuánto vale el tiempo en llegar al suelo con relación al tiempo que tarda el cuerpo cuando cae vertical sin la velocidad inicial horizontal?
- Obtén la distancia horizontal que habrá recorrido cuando llegue al suelo (exprésalo en función de las magnitudes que intervienen).

Considera el caso A y supón que justo al final del plano inclinado hay un cuerpo en reposo de masa idéntica al que cae desde la parte superior. El ángulo del plano inclinado es α . Cuando el cuerpo que desciende llega abajo se produce una colisión perfectamente elástica para la componente horizontal de la velocidad.

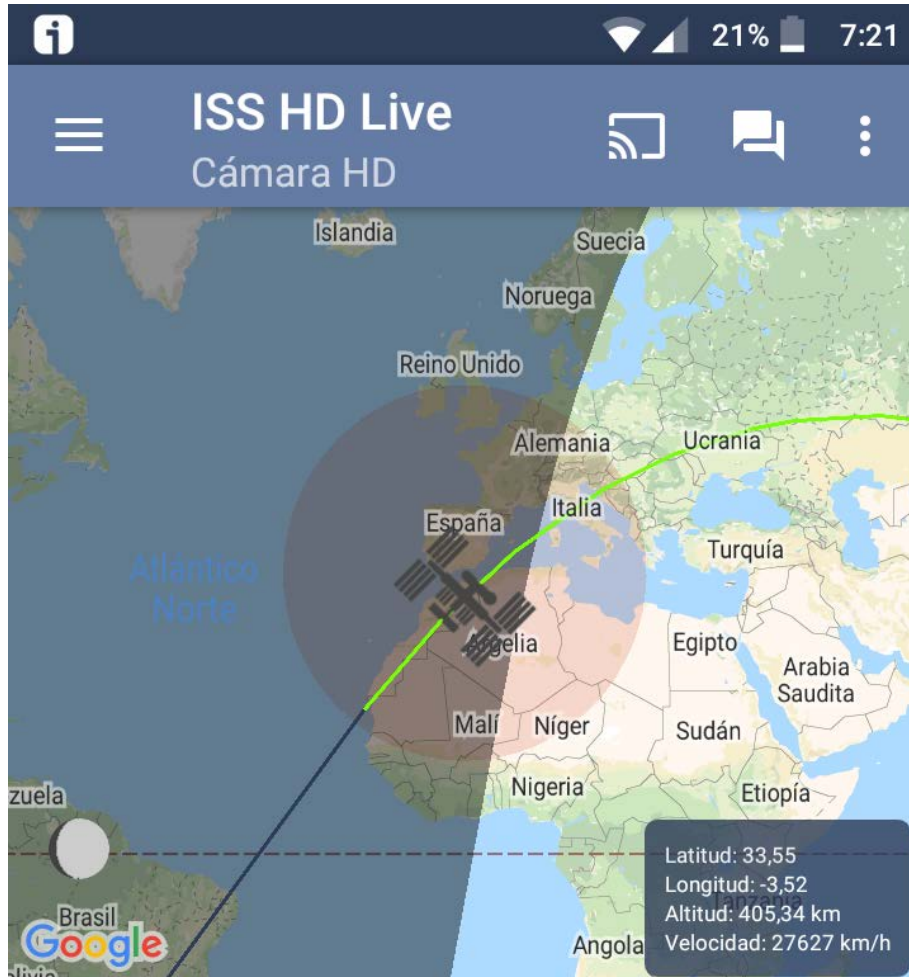
- Halla la expresión de la velocidad con que sale despedido hacia la izquierda el cuerpo que se encontraba abajo, y la velocidad con la que queda el cuerpo que ha descendido.

Para la componente vertical de la velocidad se produce un choque perfectamente inelástico y se transfiere toda la energía al suelo en forma de calor.

- Obtén una expresión para dicho calor en función de las variables que intervienen.

4. La Estación Espacial Internacional

Esta imagen está obtenida de una *app* de Android para teléfonos móviles que muestra la trayectoria en tiempo real de la Estación Espacial Internacional.



Entre otros datos, verás que la aplicación nos proporciona la altitud de la Estación y su velocidad lineal instantánea.

a) Calcula el período de la órbita alrededor de la Tierra (expresado en minutos), considerando que la órbita es circular.

b) A partir del período anterior, calcula la velocidad media de la Estación y compara con el valor que da la aplicación. ¿Por qué crees que no son exactamente iguales?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI; masa de la Tierra = $5,97 \cdot 10^{24}$ kg; radio de la Tierra = 6371 km

c) Observa cómo se curva la trayectoria desde España hacia Ucrania (en la imagen de la derecha se muestran como ejemplo otras trayectorias de la Estación). ¿Cómo explicas que las trayectorias de la Estación mostradas sobre el mapa no sean rectilíneas?



5. La luz de las estrellas

Analizando la luz proveniente de una estrella se puede obtener mucha información valiosa sobre ella, como los elementos químicos que la componen o la velocidad de la estrella respecto a nosotros. Las estrellas emiten luz en un amplio rango del espectro, pero ciertas frecuencias son absorbidas por los átomos de los gases de las capas más externas de las estrellas. Esas frecuencias de absorción (*líneas espectrales*) son debidas a saltos entre niveles energéticos de los electrones de los átomos cuando estos absorben los fotones, y son características de los elementos que componen la estrella, lo que permite obtener su composición comparando con los espectros atómicos conocidos.

En un átomo de hidrógeno los electrones están ligados con una *energía de ligadura* (o energía de ionización; que es la energía necesaria para arrancar el electrón del átomo) que sólo puede tomar valores discretos ("cuantizados") y que viene dada por

$$E_n = \frac{13,6}{n^2} \text{ eV} \quad (1)$$

donde n es un número natural ($n = 1, 2, 3, \dots$). Por otro lado, un fotón de frecuencia f posee una energía $E = hf$, donde h es la constante de Planck. Sabemos que un electrón del átomo sólo puede cambiar del nivel n de energía a otro nivel $n+1$ si absorbe un fotón cuya energía sea igual a la diferencia de energía entre los dos niveles.

a) Determina la longitud de onda (en nm) de las líneas espectrales debidas a todas las posibles transiciones entre los tres primeros niveles ($n = 1, 2, 3$) del átomo de hidrógeno.

$$\text{Datos: } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}; 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Una de las formas de obtener la velocidad relativa, v_{rel} , entre una estrella y nosotros, en la dirección de la línea visual, es midiendo la modificación por efecto Doppler que sufre la longitud de onda de la luz proveniente de la estrella. La luz que detectamos en la Tierra está más desplazada hacia el rojo si la estrella se aleja de nosotros, y más hacia el azul si se acerca. En el caso de la luz, la expresión de la frecuencia observada, f , en función de la frecuencia emitida por la estrella, f_0 , es

$$\frac{f_0}{f} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (2)$$

donde $\beta = \frac{v_{rel}}{c}$, siendo c la velocidad de la luz¹.

b) Demuestra que para velocidades muy pequeñas comparadas con la velocidad de la luz, $\beta \ll 1$, se obtiene

$$v_{rel} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c \quad (3)$$

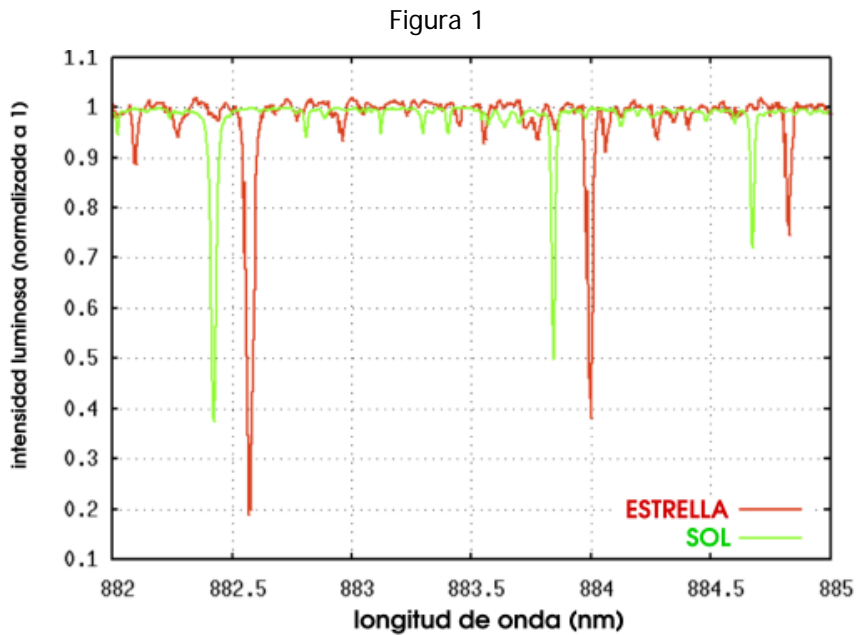
donde $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ es la diferencia entre la longitud de onda detectada, λ , y la original emitida por la estrella, λ_0 .

(Ayuda: para valores pequeños de x es válida la aproximación: $\frac{1}{1-x} \approx 1+x$).

¹ Esta fórmula del efecto Doppler no es igual a que la que conoces para ondas mecánicas porque aquí la luz no tiene una velocidad de propagación fija respecto del medio.

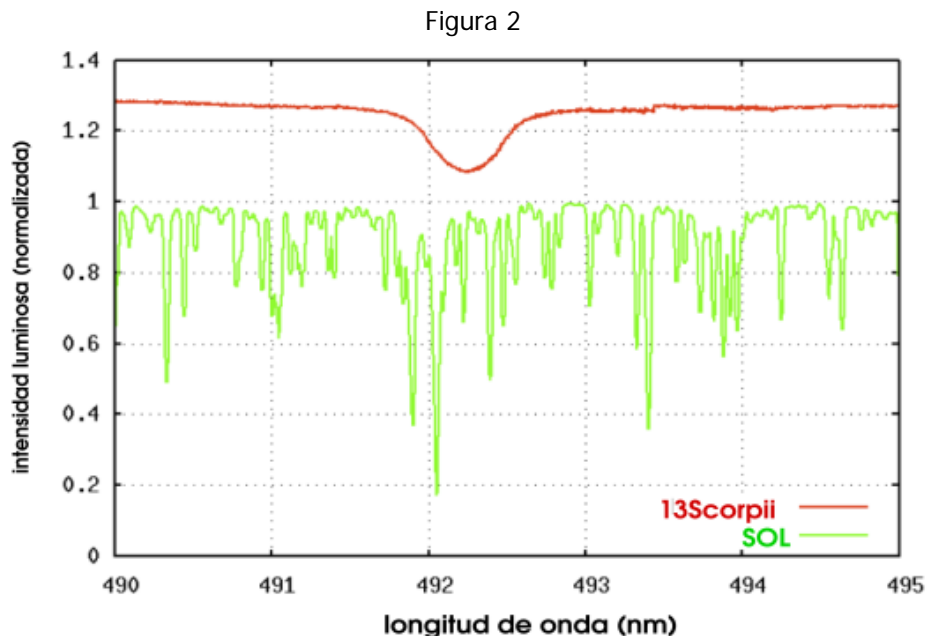
La Figura 1 muestra una pequeña parte del espectro de una estrella (curva en rojo) cuya composición química es similar a la del Sol. El espectro del Sol se muestra en verde.

c) Determina la velocidad, v_{rel} , de esa estrella. ¿Se acerca o se aleja de nosotros?



La figura 2 muestra una línea espectral de una zona del espectro de la estrella llamada 13 Scorpii. Esta estrella gira entorno a sí misma con una velocidad de rotación elevada, lo que provoca que la línea espectral ya no corresponda a una longitud de onda única, sino que aparece ensanchada (curva roja en la figura).

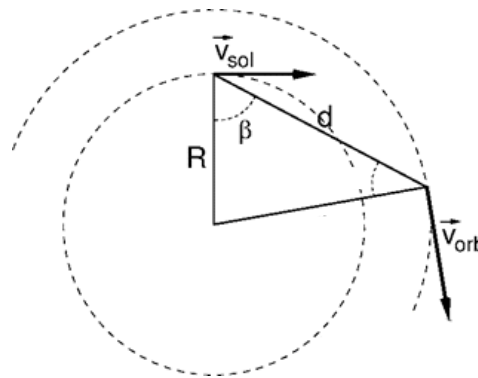
d) ¿Podrías razonar por qué ocurre esto?



e) Suponiendo que el eje de rotación de esta estrella sea perpendicular a la recta que une la estrella con la Tierra, estima el periodo de rotación de la estrella sabiendo que tiene un radio de $5,7R_{Sol}$. (Ten en cuenta la ecuación 3 y los datos que necesites de la figura 2).

Dato: $R_{Sol} = 6,96 \cdot 10^5$ km.

Veamos una posible manera de determinar distancias a estrellas de la Vía Láctea a partir de la velocidad relativa medida por efecto Doppler. El esquema de la derecha muestra al Sol rotando respecto al centro galáctico con velocidad orbital v_{SOL} , y a una estrella rotando también alrededor del centro de la galaxia con velocidad v_{orb} . Sabemos que dicha velocidad orbital es aproximadamente constante para buena parte de las estrellas de nuestra galaxia: $v_{orb} \approx v_{SOL} = 220$ km/s.

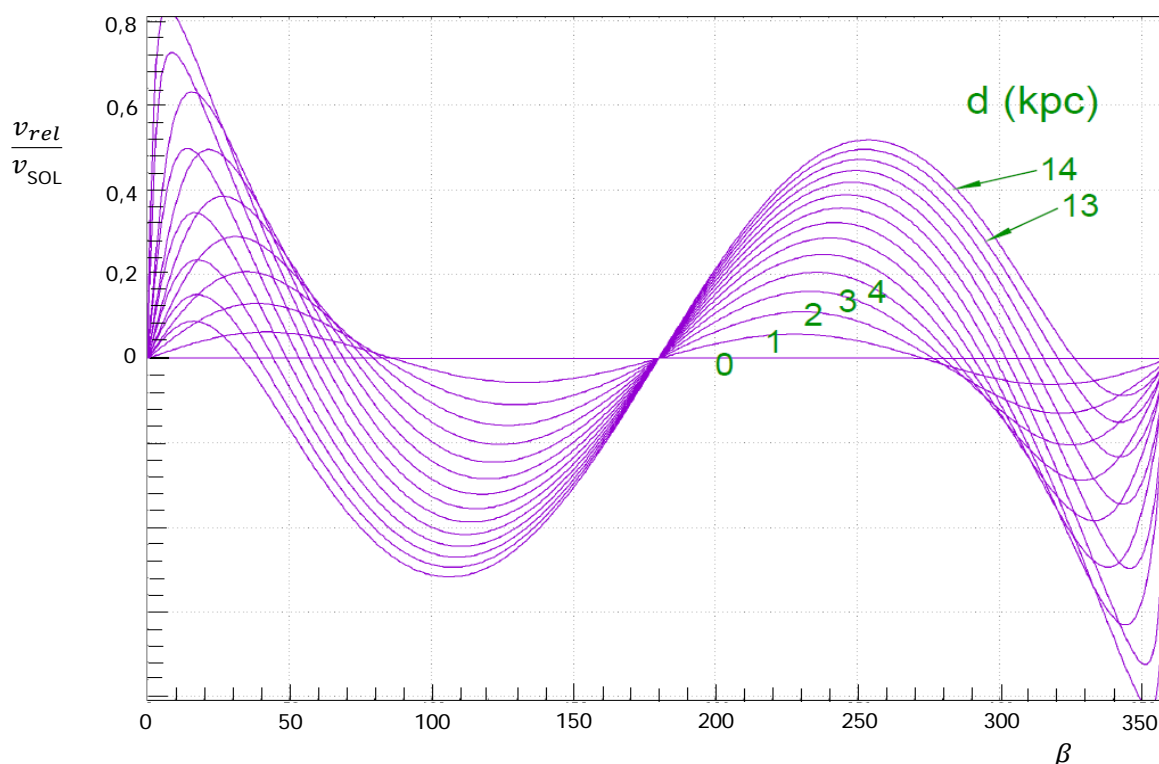


Por trigonometría, se puede obtener que

$$\frac{v_{rel}}{v_{SOL}} \approx \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2 - 2Rd \cos \beta}} - 1 \right) \cdot \sin \beta \quad (4)$$

En la figura 3 se ha representado la expresión anterior en función de β para distintos valores de la distancia, d , a la estrella (con d desde 0 a 14 kpc en intervalos de 1 kpc).

Figura 3



Consideramos la estrella cuya velocidad relativa respecto a nosotros, v_{rel} , fue calculada en el apartado c). (La velocidad de la Tierra respecto del Sol es depreciable). Para dicha estrella hemos determinado experimentalmente que $\beta = 240^\circ$ con error despreciable y que el error del cociente v_{rel}/v_{SOL} es $\pm 0,04$.

f) Obtén gráficamente usando la figura 3 la distancia d a la estrella (en kpc)² con una estimación de su error.

g) ¿Para otras estrellas, para que ángulos β de observación no podremos determinar la distancia por éste método?

² El símbolo kpc significa kilo-parsec. Es una unidad de distancia en astronomía que equivale a 3262 años luz.